

# Lintasan Belajar Pecahan Berpenyebut Berbeda dengan Ote-ote

Niva Al Kuril Ainin<sup>1</sup>, Mohammad Faizal Amir<sup>2\*</sup>, Fitria Wulandari<sup>3</sup>

Fakultas Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo  
Jl. Raya Lebo No.4, Sidoarjo, Jawa Timur, Indonesia  
[nivaal.umsida@gmail.com](mailto:nivaal.umsida@gmail.com)<sup>1</sup>, [faizal.amir@umsida.ac.id](mailto:faizal.amir@umsida.ac.id)<sup>2\*</sup>, [fitriawulandari1@umsida.ac.id](mailto:fitriawulandari1@umsida.ac.id)<sup>3</sup>

Article received: 24-08-2024, revision: 18-09-2024, published: 30-10-2023

## Abstrak

*Pecahan berpenyebut berbeda adalah subtopik pecahan yang sangat berkontribusi dalam menjelaskan konsep dasar pecahan. Namun, bagi siswa sekolah dasar menantang karena didasarkan dari konsep yang membutuhkan representasi beragam. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan lintasan belajar pada pecahan berpenyebut berbeda dengan konteks Ote-ote. Ote-ote merupakan makanan khas Jawa Timur yang berbentuk mirip dengan lingkaran. Partisipan penelitian ini adalah 26 siswa kelas 5 Sekolah Dasar Negeri Jimbaran Wetan, Sidoarjo. Desain penelitian yang digunakan adalah desain research dengan tahapan: preparation, implementation, dan retrospective analysis. Data dikumpulkan melalui lembar kerja siswa, observasi, dan tes. Teknis analisis data menggunakan triangulasi sumber. lintasan belajar yang dikembangkan terdiri dari empat aktivitas, yaitu: (1) pengenalan pecahan, (2) penjumlahan pecahan berpenyebut sama (3) pecahan senilai, dan (4) penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. Aktivitas lintasan belajar membangun pemahaman siswa mengenai pecahan berpenyebut berbeda rata-rata yang pada umumnya berada pada dalam kategori memuaskan.*

*Kata Kunci: pecahan berpenyebut berbeda, hipotesis lintasan belajar, Ote-ote*

## Abstract

Different denominator fractions is a subtopic of fractions that greatly contributes to explaining the basic concept of fractions. However, it is challenging for primary students because it is based on a concept that requires multiple representations. This study aims to develop learning trajectories (LT) on different denominator fractions in the context of *Ote-ote*. *Ote-ote* is a typical East Java food shaped similarly to a circle. The participants of this study were 26 grade 5 students from Sekolah Dasar Negeri Jimbaran Wetan, Sidoarjo. The study design used was research design with stages: preparation, implementation, and retrospective analysis. Data were collected through student worksheets, observation, and tests—technical data analysis using source triangulation. The developed LT consists of four activities, namely: (1) introduction of fractions, (2) addition of common denominator fractions, (3) equivalent fractions, and (4) addition of different denominator fractions. The LT activities construct students' understanding of different denominator fractions, generally in the satisfactory category.

Keywords: different denominator fractions, hypothetical learning trajectories, *Ote-ote*

## I. PENDAHULUAN

Pecahan adalah topik penting di sekolah dasar dan di tingkat lanjut. Memahami topik pecahan di sekolah dasar sangat penting untuk mendukung keberhasilan siswa dalam mempelajari pecahan lebih lanjut, seperti aritmatika, aljabar, geometri dan pengukuran, probabilitas, dan statistik (Torres-Peña et al., 2024). Berkaitan dengan pecahan dengan pecahan berpenyebut berbeda, hal ini dapat melatih siswa sekolah dasar untuk menerapkan pengetahuan tentang kesetaraan dan pemikiran relasional (Kalra et al., 2020). Dalam hal ini, penyelesaiannya tidak hanya membutuhkan kemampuan prosedural, tapi juga memanipulasi pecahan untuk mendapatkan penyebut yang sama (Cabuquin & Aboejo, 2024). Kemampuan ini melibatkan pemahaman yang mendalam tentang pecahan berpenyebut sama dan operasi matematika, yang sering kali menjadi tantangan bagi siswa karena kerumitan proses penghitungan dan representasinya (Copur-Gencturk, 2021).

Sayangnya, pemahaman siswa sekolah dasar mengenai pecahan berpenyebut berbeda masih belum memadai (Magfirotin & Amir, 2024). Padahal, pecahan berpenyebut berbeda dibutuhkan siswa untuk dapat menjumlahkan operasi dasar pecahan, misalnya penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dan sama (Wulandari & Amir, 2022). Siswa memiliki pemahaman konseptual yang lebih rendah daripada pengetahuan prosedural mereka (Amuah & Davis, 2023). Terkait pembelajaran penjumlahan pecahan, siswa mengalami kesulitan (Wulandari & Amir, 2022) dan mengalami miskonsepsi (Jarrah et al., 2022).

Kesulitan memahami pecahan dengan penyebut berbeda telah diidentifikasi sejak lama, terutama karena lemahnya konsep senilai pada siswa (Behr et al., 1984). Simon (1995) memperkenalkan hipotesis lintasan belajar sebagai prediksi guru terhadap proses belajar siswa. Di sisi lain, representasi visual kemudian dianggap krusial untuk membangun makna pecahan yang lebih mendalam (Fuller, 1997). Kerangka hipotesis lintasan belajar dikembangkan lebih lanjut oleh Clements and Sarama (2014) dalam bentuk lintasan belajar yang sistematis dari konkret ke abstrak. Namun, Wijaya et al. (2014) menunjukkan adanya kesenjangan antara hipotesis lintasan belajar dan respon siswa dalam konteks tugas matematika. Untuk menjembatani hal tersebut, pendekatan berbasis budaya mulai digunakan, seperti konteks makanan lokal yang terbukti dapat meningkatkan pemahaman siswa terhadap pecahan (Pramudiani et al., 2022). Dalam hal ini, konteks makanan lokal yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah Ote-ote.

Ote-ote, sebagai makanan khas Indonesia, khususnya di Jawa Timur, termasuk Sidoarjo, memiliki bentuk yang unik dan tidak asing lagi bagi siswa; Ote-ote tidak hanya menyajikan konteks lokal tetapi juga struktur visual yang menyerupai lingkaran, sehingga mendukung representasi pecahan secara nyata. Bentuk Ote-ote memungkinkan siswa untuk membayangkan pecahan berpenyebut berbeda dengan visualisasi lingkaran, sehingga memudahkan transisi dari pemahaman konkret ke abstrak. Hal ini sejalan dengan pendapat Reinhold et al. (2020) bahwa penggunaan representasi visual yang konkret, seperti makanan lokal,

dapat membantu siswa dalam memahami konsep pecahan. Relevansi konteks ini juga sejalan dengan pandangan Clements and Sarama (2020) bahwa learning trajectory perlu didukung oleh pengalaman yang bermakna dan kontekstual.

Lintasan belajar merupakan solusi strategis dalam merancang pembelajaran pecahan berpenyebut berbeda karena memungkinkan pemetaan yang sistematis terhadap perkembangan pemahaman siswa dari konkret ke abstrak (Clements & Sarama, 2020; Salsabila et al., 2022). Mengintegrasikan Ote-ote ke dalam lintasan belajar membuatnya lebih bermakna dan terhubung dengan pengalaman siswa. Dengan demikian, hal ini juga dapat membantu menjembatani kesenjangan antara hipotesis lintasan belajar dan realitas pemikiran siswa (Wijaya et al., 2014). Dengan demikian, lintasan belajar berbasis Ote-ote menawarkan solusi yang tidak hanya sistematis tetapi juga kontekstual dan berakar pada budaya lokal.

Penelitian sebelumnya telah banyak mengembangkan lintasan belajar dalam pembelajaran matematika, terutama pada pecahan dasar dan pecahan senilai Adelia et al. (2022); Febriani et al. (2023), namun belum secara eksplisit merancang lintasan belajar untuk pecahan berpenyebut berbeda. Penelitian lain membahas pecahan berpenyebut berbeda tanpa menggunakan konteks lokal (Ramadhan et al., 2022; Rizal et al., 2023). Di sisi lain, penggunaan konteks lokal, seperti makanan lokal dalam pembelajaran matematika, telah dilakukan oleh (Ramadhani et al., 2024) and Tarida et al. (2023). Namun, konteks tersebut belum diarahkan untuk mengeksplorasi lintasan belajar pada materi

pecahan. Konteks lokal juga telah dieksplorasi pada materi non pecahan, seperti geometri atau statistika oleh Adha et al. (2024) dan Sukasno et al. (2024), namun tidak menyorot pada aspek penyebut yang berbeda. Dengan demikian, belum ada penelitian yang mengintegrasikan desain lintasan belajar untuk pecahan berpenyebut berbeda dengan menggunakan konteks makanan lokal Indonesia, khususnya Ote-ote.

Oleh karena itu, menggunakan model Ote-ote dalam pembelajaran pecahan berpenyebut berbeda membuka peluang jangka panjang untuk pembelajaran matematika yang lebih kontekstual dan bermakna. Konteks lokal, seperti makanan khas, memperkuat hubungan siswa dengan materi dan meningkatkan pemahaman matematika. Konteks Ote-ote cukup fleksibel untuk direplikasi di berbagai daerah dan konteks budaya lainnya. Dengan demikian, penelitian ini dapat berkontribusi dalam mengembangkan pembelajaran yang berkelanjutan dan berbasis budaya lokal.

## II. METHOD

Metode yang digunakan adalah penelitian desain dengan tiga tahap: persiapan, implementasi, dan analisis retrospektif (Bakker, 2004). Penelitian ini merancang sebuah intervensi untuk mendukung pemahaman siswa terhadap konsep penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. Penelitian ini dilakukan di Sekolah Dasar Negeri Jimbaran Wetan, sebuah sekolah dasar negeri yang terletak di daerah pedesaan di Jawa Timur, Indonesia. Partisipan penelitian ini adalah 26 siswa kelas lima, dengan usia rata-rata 11 tahun,

dari latar belakang sosial ekonomi menengah ke bawah. Pengumpulan data dilakukan selama pelajaran matematika reguler dari tanggal 21 Oktober hingga 2 November 2024. Sebelum penelitian, persetujuan penelitian diperoleh dari kepala sekolah dan guru kelas, dan persetujuan tertulis dikumpulkan dari wali murid. Identitas siswa disamarkan untuk memastikan standar etika, dan partisipasi siswa bersifat sukarela tanpa konsekuensi akademis.

Tahap pertama dari penelitian ini adalah persiapan, yang dilakukan dengan melakukan studi literatur dan pengambilan data ujian terakhir peserta. Kajian literatur ini berfungsi sebagai landasan teori operasi penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda, yang akan menjadi dasar dalam mendesain hipotesis lintasan belajar untuk mengkonstruksi lintasan belajar yang terdiri dari tujuan pembelajaran, sekumpulan tugas pembelajaran, dan proses pembelajaran yang dihipotesiskan (Lerman, 2020)

Pengambilan data kemampuan matematika siswa diperoleh dari ujian akhir semester. Dalam hal ini, kemampuan matematika (ma) diperoleh dari nilai rata-rata ujian terakhir 2 orang siswa, kemudian ma dikategorikan menjadi tiga tingkatan yaitu rendah ( $0 \leq ma < 60$ ), sedang ( $60 \leq ma < 80$ ), dan tinggi ( $80 \leq ma < 100$ ) (Ayuningtyas et al., 2024). Hasil selama proses pembelajaran dikumpulkan berdasarkan lembar kerja siswa. Penelitian ini menyesuaikan hipotesis lintasan belajar untuk menduga pemikiran siswa dan merancang kegiatan pembelajaran dan evaluasi yang sesuai untuk siswa. Kegiatan dan tugas yang dirancang untuk hipotesis

lintasan belajar yang dikembangkan digambarkan pada Tabel 1.

Tabel 1.  
Aktivitas and Item Tugas Lintasan Belajar

Aktivitas	Item Tugas
<b>Aktivitas A:</b> Mengidentifikasi bahwa pecahan $\frac{a}{b}$ berarti pecahan $\frac{1}{b}$ sebanyak $a$ kali	
A.1 Menggantung ote-ote menjadi $\frac{1}{b}$ dengan $b=2, b=4, b=6, b=8$	Menggantung ote-ote menjadi $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$
A.2 Membentuk Ote-ote dan menggambar bentuk Ote-ote sesuai nilai pecahan $\frac{a}{b}$	Membentuk Ote-ote dan menggambar bentuk Ote-ote sesuai nilai pecahan $\frac{1}{2}, \frac{3}{6}, \frac{5}{8}$
<b>Aktivitas B:</b> Mengidentifikasi konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut sama $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$	
B.1 Menata ote-ote ke dalam 2 piring dengan pecahan $\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$	Menata ote-ote ke dalam 2 piring $- \frac{1}{6} + \frac{3}{6} =$ $- \frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$
B.2 Menemukan konsep jumlah potongan yang ada di 2 piring $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$	Menemukan cara menjumlahkan potongan ote-ote yang ada pada 2 piring $- \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{1+3}{6}$ $- \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8}$
<b>Aktivitas C:</b> Memahami konsep pecahan senilai $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$	
C. Menata model ote-pte kedalam 2 piring lalu dibandingkan $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$	Mengunting model ote-ote sesuai dengan nilai pecahan lalu dibandingkan bentuk potongannya $- \frac{4}{8} = \frac{1 \times c}{2 \times c}$ $- \frac{4}{4} = \frac{2 \times c}{2 \times c}$ $- \frac{6}{6} = \frac{3 \times c}{2 \times c}$ $- \frac{1}{2} = \frac{1 \times c}{6 \times c}$
<b>Aktivitas D:</b> Understanding Memahami konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$	

D.1	Menemukan aturan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan pecahan senilai $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times e}{b \times e} = \frac{c}{d}$	Menemukan aturan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan pecahan senilai konflik kognitif $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} \rightarrow \frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{5}{8}$
D.2	Menemukan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$	Menemukan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan penyebut dikalikan $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2+6}{12} = \frac{8}{12}$
D.3	Menemukan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan KPK $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{kpk\ bd}$	Menghitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan – KPK $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$ – KPK dari penyebut 6 dan 2 adalah 6, maka $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1+3}{6} = \frac{4}{6}$

Pada Tabel 1, terdapat empat aktivitas: Aktivitas A, B, C, dan D. Aktivitas A, B, dan D terdiri dari sub-sub aktivitas yang disatukan sebagai aktivitas yang akan diterapkan sebagai desain hipotesis lintasan belajar. Setiap desain menggambarkan aktivitas yang menjadi alat bantu untuk memahami penjumlahan pecahan. Setiap aktivitas memiliki dugaan hipotesis lintasan belajar yang membedakan siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah, yang akan disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2.  
Dugaan Lintasan Belajar

Aktivitas	Dugaan Lintasan Belajar
A	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Siswa berkemampuan tinggi dapat menyimpulkan pecahan <math>\frac{a}{b}</math> memiliki makna <math>\frac{1}{b}</math> sebanyak <math>a</math> kali</li> <li>– Siswa berkemampuan sedang dapat menyimpulkan pecahan <math>\frac{a}{b}</math> memiliki makna <math>\frac{1}{b}</math> sebanyak <math>a</math> kali</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Siswa berkemampuan rendah dapat menyimpulkan pecahan <math>\frac{a}{b}</math> memiliki makna <math>\frac{1}{b}</math> sebanyak <math>a</math> kali</li> </ul>
B	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Siswa berkemampuan tinggi dapat menata ote-ote dan menemukan cara menjumlahkan pecahan berpenyebut sama</li> <li>– Siswa berkemampuan sedang dapat menata ote-ote dengan benar namun tidak dapat menemukan cara menjumlahkan pecahan berpenyebut sama</li> <li>– Siswa berkemampuan rendah tidak dapat menata ote-ote dan menemukan cara menjumlahkan pecahan berpenyebut sama</li> </ul>
C	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Siswa berkemampuan tinggi dapat memotong model ote-ote dan membandingkan jumlah dan bentuk potongan model ote-ote dengan benar</li> <li>– Siswa berkemampuan sedang dapat memotong model ote-ote dengan benar namun tidak dapat membandingkan jumlah dan bentuk potongan model ote-ote dengan benar</li> <li>– Siswa berkemampuan rendah tidak dapat memotong model ote-ote dan membandingkan jumlah dan bentuk potongan model ote-ote dengan benar</li> </ul>
D	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Siswa berkemampuan tinggi dapat menata ote-ote, menghitung KPK dari penyebut yang berbeda dan menghitung jumlah potongan ote-ote dengan benar</li> <li>– Siswa berkemampuan sedang dapat menata ote-ote dan menghitung KPK dari penyebut yang berbeda dengan benar namun tidak dapat menghitung jumlah potongan ote-ote dengan benar</li> <li>– Siswa berkemampuan rendah tidak dapat menata ote-ote, menghitung KPK dari penyebut yang berbeda dan menghitung jumlah potongan ote-ote dengan benar</li> </ul>

Tahap kedua adalah implementasi, yang terdiri dari dua siklus. Pada siklus pertama, dilakukan uji coba untuk mengidentifikasi kelayakan desain awal lintasan belajar dan mengumpulkan data yang diperlukan untuk merevisi lintasan belajar. Pada siklus kedua, eksperimen pembelajaran dilakukan untuk mengumpulkan data yang diperlukan untuk penelitian ini, khususnya tentang bagaimana lintasan belajar yang dikembangkan membantu siswa mempelajari pecahan berpenyebut berbeda. Data diperoleh dari lembar kerja siswa, soal evaluasi, dan hasil observasi selama proses pembelajaran. Dalam hal ini, hasil lembar kerja siswa dijelaskan mengenai jawaban siswa yang menarik.

Tahap terakhir adalah analisis retrospektif, dimana penelitian membandingkan hipotesis lintasan belajar dengan proses pembelajaran yang sebenarnya dalam eksperimen pembelajaran. Hasil dari lembar kerja siswa dianalisis berdasarkan jawaban siswa yang menarik. Dalam hal ini, setiap siswa diberi inisial sesuai dengan nama depan mereka. Hasil tertulis pada soal evaluasi siswa dianalisis pada satu siswa di setiap level (rendah, sedang, dan tinggi). Analisis ini mengeksplorasi penyebab dan perbaikan, yang bertujuan bukan untuk keberhasilan tetapi untuk memahami bagaimana dan mengapa intervensi bekerja.

Prosedur observasi mengikuti lima langkah sistematis: (1) Mengamati setiap sesi lintasan belajar dengan menggunakan lembar observasi terstruktur oleh dua orang peneliti, yang mencakup empat kegiatan: pengenalan pecahan, penjumlahan pecahan berpenyebut sama, memahami

pecahan senilai, dan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. (2) Mencatat secara langsung strategi pemecahan masalah siswa, menggunakan model visual Ote-ote, penalaran verbal, dan interaksi antar siswa selama kegiatan berlangsung. (3) Berfokus pada hubungan antara konteks Ote-ote dan konsep matematika seperti pecahan yang setara dan operasi dengan penyebut yang berbeda. (4) Secara kolaboratif meninjau dan mendiskusikan hasil observasi setelah setiap sesi untuk memastikan konsistensi dan kedalaman interpretasi. (5) Menganalisis data observasi yang terkumpul untuk memperbaiki desain lintasan belajar dan mendukung tahap analisis retrospektif.

Analisis data dilakukan secara kualitatif melalui triangulasi sumber (Patton, 2002), yaitu sumber dari observasi, tes tertulis, dokumentasi foto, dan wawancara. Setiap sumber dibandingkan untuk menguji konsistensi dan memperkaya pemahaman siswa lintasan belajar. Proses analisis mengikuti tahapan reduksi, penyajian, dan verifikasi data (Miles et al., 2014). Setiap tahap dibandingkan dengan hipotesis lintasan belajar untuk mengidentifikasi kesenjangan dan pola aktual dari kegiatan lintasan belajar yang dihasilkan dalam membangun pemahaman pecahan berpenyebut berbeda dalam konteks Ote-ote.

### III. RESULT AND DISCUSSION

Dalam penelitian ini, kami merancang lintasan belajar tentang penjumlahan pecahan untuk siswa kelas 5 SD, yang terdiri dari 4 aktivitas (Aktivitas A-D). Setiap aktivitas menggunakan lembar kerja. Selain itu, siswa juga diberikan Ote-ote, model

Ote-ote, pisau, gunting, piring, dan kertas makanan. Setiap kegiatan dijelaskan pada bagian berikut.

### A. Aktivitas A: Pengenalan Pecahan

Aktivitas A mengenalkan konsep pecahan kepada siswa dengan cara menyusun Ote-ote sesuai dengan nilai pecahannya. Kegiatan ini juga mengenalkan bentuk pecahan dengan bantuan Ote-ote. Pada kegiatan A.1, siswa memotong Ote-ote dengan pisau menjadi 2 bagian, 4 bagian, 6 bagian, dan 8 bagian (Gambar 1). Pada kegiatan A.2, siswa menyusun Ote-ote sesuai dengan nilai pecahan (Gambar 2). Para siswa memberikan jawaban yang berbeda dari kegiatan A.2. Guru bertanya mengapa jawaban mereka berbeda.



Gambar 1. Siswa Memotong Ote-ote



Gambar 2. Siswa Menata Ote-ote

Guru : “Siapa yang memberikan argumen mengapa ada yang menjawab 2 dan 1?”

Siswa D : “Karena kami tidak menyusun Ote-ote sesuai dengan nilai pecahannya”

Guru : “Berapa banyak potongan Ote-ote yang dibutuhkan untuk menyusun Ote-ote  $\frac{3}{6}$ ?”

Siswa G : “3 buah”

Guru : “Jika kita memiliki sebuah Ote-ote dan memotongnya menjadi ukuran  $\frac{a}{6}$ , berapa banyak potongan yang dibutuhkan?”

Siswa F : “ $a$  kali”

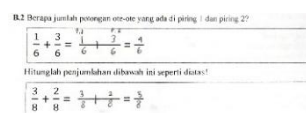
Guru : “Jadi, dari mana angka itu didapat?”

Siswa : “Dari pembilang”

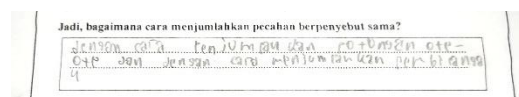
Beberapa siswa menjawab 2 buah Ote-ote untuk menyusun  $\frac{1}{2}$  Ote-ote, dan ada juga yang menjawab 1 buah Ote-ote. Dalam hal ini, siswa tidak memahami bahwa  $\frac{1}{2}$  Ote-ote adalah bentuk pecahan dari  $\frac{2}{2}$  Ote-ote yang dibagi menjadi 2 bagian yang sama besar karena mereka tidak menyusun Ote-ote sesuai dengan nilai pecahannya.

### B. Aktivitas B: Mengidentifikasi Konsep Operasi Hitung Penjumlahan Pecahan Berpenyebut Sama

Aktivitas B bertujuan untuk menemukan konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut sama dengan Ote-ote. Kegiatan B.1, siswa menyusun Ote-ote pada piring 1 dan piring 2. Kegiatan B.2 menghitung jumlah Ote-ote pada kedua piring.



Gambar 3. Jawaban Siswa A



Gambar 4. Kesimpulan Siswa A

Gambar 3 menunjukkan bahwa jawaban siswa di lembar kerja siswa memahami konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut sama dengan menggunakan Ote-ote. Selanjutnya, inti dari hipotesis lintasan belajar adalah menyimpulkan dari Kegiatan B.1 dan B.2 untuk mengidentifikasi konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut

sama dengan menggunakan Ote-ote (Gambar 4). Guru meminta siswa untuk menganalisis jumlah Ote-ote di setiap piring dan kemudian menjumlahkan jumlah Ote-ote tersebut. Dengan menjumlahkan jumlah Ote-ote, siswa akan belajar bagaimana menghitung operasi penjumlahan pecahan berpenyebut sama dengan Ote-ote.

### C. Aktivitas C: Memahami Konsep Pecahan Senilai

Aktivitas C bertujuan untuk mengenalkan konsep pecahan senilai dengan membandingkan bentuk model Ote-ote sesuai dengan nilai pecahannya. Kegiatan ini juga mengenalkan contoh-contoh bentuk pecahan dengan menggunakan model Ote-ote. Siswa memotong model Ote-ote dengan gunting sesuai dengan nilai pecahannya. Siswa menyusun kedua bilangan pecahan tersebut untuk membandingkan apakah pecahan tersebut merupakan pecahan yang senilai atau tidak senilai. Siswa memberikan jawaban yang berbeda dari kegiatan C. Guru bertanya kepada siswa mengapa mereka menjawab pertanyaan dengan cara yang berbeda.

Guru : "Siapa yang ingin memberikan argumen mengapa ada pecahan yang senilai dan ada pecahan yang tidak senilai?"

Siswa D : "Karena kami tidak menyusun model Ote-ote sesuai dengan nilai pecahannya."

Guru : "Misalkan,  $\frac{4}{6}$  dan  $\frac{2}{3}$  termasuk jenis pecahan apa?"

Siswa G : "Pecahan yang senilai"

Guru : "Lalu, bagaimana kalian mengetahui bahwa pecahan tersebut pecahan senilai?"

Siswa : "Dari bentuk model Ote-ote"

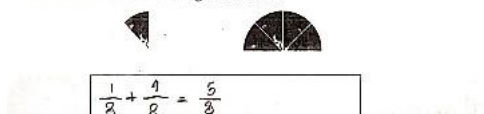
Beberapa siswa menjawab bahwa pecahan  $\frac{4}{6}$  dan  $\frac{2}{3}$  adalah pecahan yang senilai. Sebagian lagi menjawab bahwa pecahan  $\frac{4}{6}$  dan  $\frac{2}{3}$  adalah pecahan yang tidak senilai. Beberapa siswa tidak memahami bahwa pecahan  $\frac{4}{6}$  dan  $\frac{2}{3}$  adalah pecahan yang senilai karena kita tidak menyusun model Ote-ote sesuai dengan nilai pecahannya.

Oleh karena itu, berdasarkan aktivitas C, siswa memahami konsep pecahan yang setara dan pecahan yang tidak setara. Kegiatan ini memungkinkan siswa untuk mengamati secara langsung konsep pecahan yang setara dan tidak setara melalui benda-benda nyata atau konkret.

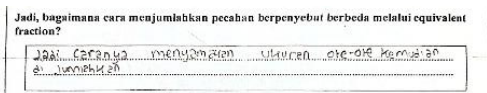
### D. Aktivitas D: Mengidentifikasi Konsep Operasi Hitung Penjumlahan Pecahan Berpenyebut Berbeda

Aktivitas D bertujuan untuk menemukan konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda melalui pecahan-pecahan yang senilai dengan model Ote-ote. Pada kegiatan D.1, siswa membentuk model Ote-ote dengan nilai pecahan  $\frac{1}{8}$  dan  $\frac{1}{2}$ , kemudian memotong-motong Ote-ote sesuai dengan ukuran terkecil dan menjumlahkan semua potongan Ote-ote (Gambar 5).

- Setelah ukuran potongan model ote-ote sama, hitunglah jumlah potongan ote-ote model. lalu tuliskan dalam bentuk bilangan dibawah ini!



Gambar 5. Jawaban Siswa C

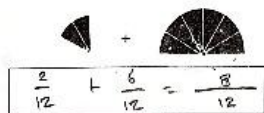


Gambar 6. Kesimpulan Siswa C

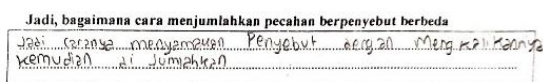
Gambar 5 menunjukkan bahwa jawaban siswa dalam lembar kerja siswa memahami konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda melalui pecahan yang senilai dengan model Ote-ote. Selanjutnya, inti dari hipotesis lintasan belajar adalah menyimpulkan kegiatan D.1, yaitu mengidentifikasi konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda melalui pecahan-pecahan yang setara dengan model Ote-ote (Gambar 6). Guru meminta siswa untuk menggantung model Ote-ote sesuai dengan nilai pecahannya. Kemudian, siswa diminta untuk menyamakan bentuk potongan pada potongan terkecil, setelah ukurannya sama, siswa menghitung jumlah potongannya. Dengan demikian, siswa akan belajar konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda melalui pecahan yang setara dengan model Ote-ote.

Dilanjutkan dengan kegiatan D.2 yang bertujuan untuk menemukan konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan model Ote-ote. Siswa diminta untuk membentuk model Ote-ote dengan nilai pecahan  $\frac{1}{6}$  dan  $\frac{1}{2}$ , kemudian menyamakan penyebut bilangan, memotong model Ote-ote sesuai dengan penyebut yang baru, dan menjumlahkan keseluruhannya.

- Bentukkan potongan ote-ote model dengan penyebut yang sama. Lalu jumlahkan potongan model ote-ote, hasilnya tuliskan dalam bentuk bilangan!



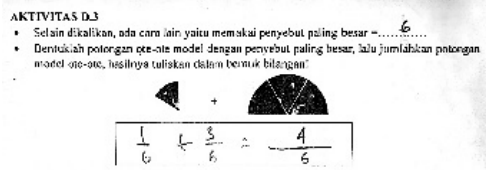
Gambar 7. Jawaban Siswa C



Gambar 8. Kesimpulan Siswa C

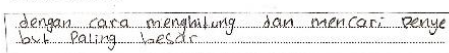
Gambar 7 menunjukkan bahwa jawaban siswa dalam lembar kerja siswa memahami konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan model Ote-ote. Selanjutnya, inti dari hipotesis lintasan belajar adalah menyimpulkan Kegiatan D.2 yang bertujuan untuk mengidentifikasi konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan model Ote-ote (Gambar 8). Guru meminta siswa untuk menggantung model Ote-ote sesuai dengan nilai pecahannya. Kemudian, siswa diminta untuk menyamakan penyebutnya, memotong model Ote-ote sesuai dengan penyebut yang baru, dan menghitung jumlah potongannya. Dengan demikian, siswa dapat mempelajari konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan model Ote-ote.

Kegiatan D.3 bertujuan untuk menemukan konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan kelipatan persekutuan terkecil melalui model Ote-ote. Pada kegiatan D.3, siswa diminta untuk menuliskan penyebut terbesar, kemudian menggantung model Ote-ote sesuai dengan penyebutnya.



Gambar 9 Jawaban Siswa C

Jadi, bagaimana cara menjumlahkan pecahan berpenyebut berbeda dengan menggunakan KPK?



Gambar 10. Kesimpulan Siswa C

Gambar 9 menunjukkan bahwa jawaban siswa di lembar kerja siswa memahami konsep operasi hitung penjumlahan

pecahan berpenyebut berbeda dengan menggunakan kelipatan persekutuan terkecil melalui model Ote-ote. Selanjutnya, inti dari hipotesis lintasan belajar adalah menyimpulkan Kegiatan D.3, yaitu mengidentifikasi konsep operasi hitung penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan menggunakan kelipatan persekutuan terkecil melalui model Ote-ote (Gambar 10). Guru meminta siswa menggunakan penyebut terbesar. Kemudian, siswa diminta untuk menyamakan penyebutnya. Siswa memotong model Ote-ote sesuai dengan penyebut yang baru dan menghitung jumlah potongannya. Dengan demikian, siswa akan belajar bagaimana cara menghitung operasi hitung dan menjumlahkan pecahan berpenyebut berbeda dengan menggunakan kelipatan persekutuan terkecil melalui model Ote-ote.

Gambar 1 dan 2 menunjukkan bahwa visual Ote-ote membantu siswa memahami konsep pecahan jika dipotong secara merata, tetapi dapat terhambat jika potongannya tidak sesuai dengan nilai pecahan. Gambar 3 dan 4 mendukung pemahaman penjumlahan pecahan berpenyebut sama melalui pemotongan yang simetris dan konsisten. Sebaliknya, Gambar 5-10 menunjukkan tantangan baru: potongan yang tidak proporsional menyulitkan siswa untuk melihat kesetaraan pecahan. Hasil wawancara menunjukkan bahwa ukuran potongan yang tidak seragam menciptakan persepsi yang salah tentang pecahan yang setara. Hal ini menegaskan pentingnya representasi visual yang tepat dalam pembelajaran pecahan.

Guru memberikan soal evaluasi untuk mengevaluasi kemampuan siswa dalam

menghitung operasi penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. Gambar berikut ini menyajikan jawaban dari tiga siswa dengan berbagai kemampuan, yaitu siswa berkemampuan tinggi (Gambar 11), siswa berkemampuan sedang (Gambar 12), dan siswa berkemampuan rendah (Gambar 13).

Gambar 11. Siswa Berkemampuan Tinggi

Pada Gambar 11, siswa berkemampuan tinggi menunjukkan pemahaman yang lengkap. Dia menyamakan penyebut menggunakan kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari 8 dan 4 menjadi 8, menyamakan pembilangnya dengan benar ( $\frac{1}{8} = \frac{1}{8}, \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ ), dan melakukan penjumlahan sehingga menghasilkan jawaban akhir yang benar, yaitu  $\frac{5}{8}$ .

Gambar 12. Siswa Berkemampuan Sedang

Pada Gambar 12, siswa berkemampuan sedang juga menyamakan penyebut dan pembilang dengan benar, tetapi tidak melanjutkan penyelesaian ke tahap penjumlahan akhir. Kesalahan utama terletak pada tidak menyimpulkan hasil akhir meskipun secara prosedural sudah benar.

Gambar 13. Siswa Berkemampuan Rendah

Pada Gambar 13, siswa berkemampuan rendah langsung mengalikan penyebutnya ( $8 \times 4 = 32$ ) tanpa mencari KPK dan tidak menyamakan pembilang dengan penyebut yang baru. Kesalahan yang mendasarinya adalah kesalahan konseptual, yaitu tidak memahami hubungan antara penyebut

yang berbeda dan tidak dapat merepresentasikan pecahan yang setara.

Gambar 11-13 menganalisis kesalahan siswa berdasarkan tingkat kemampuan. Pada Gambar 11, siswa berkemampuan tinggi menyamakan penyebut dengan KPK, menyesuaikan pembilang, dan menjumlahkan dengan benar, menunjukkan pemahaman konseptual dan prosedural. Gambar 12 menunjukkan siswa berkemampuan sedang yang memahami langkah awal tetapi tidak menyelesaikan penjumlahan, yang mengindikasikan keterbatasan dalam mengintegrasikan prosedur. Sementara itu, Gambar 13 menunjukkan siswa berkemampuan rendah yang langsung mengalikan penyebut tanpa menyamakan pembilangnya, yang mengindikasikan adanya miskonsepsi pada pecahan yang senilai.

Strategi siswa dalam menyelesaikan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda bervariasi menurut tingkat kemampuan (Gambar 11-13). Strategi siswa berkemampuan tinggi (Gambar 11) menyamakan penyebut dengan KPK, menyesuaikan pembilang, dan menyelesaikan sampai jawaban benar. Sementara itu, strategi siswa berkemampuan sedang (Gambar 12) mengikuti prosedur yang benar tetapi tidak menyelesaikan operasi penjumlahan. Sementara itu, siswa berkemampuan rendah (Gambar 13) langsung mengalikan penyebut tanpa menyamakan pembilangnya, yang menunjukkan adanya miskonsepsi tentang kesetaraan. Perbedaan ini menegaskan bahwa tingkat kemampuan siswa sangat mempengaruhi kelengkapan dan ketepatan strategi.

Meskipun hipotesis lintasan belajar dirancang secara sistematis dengan konteks Ote-ote untuk membangun pemahaman pecahan, hasilnya menunjukkan adanya kesenjangan antara prediksi dan respon siswa. Pada aktivitas C, beberapa siswa gagal memotong Ote-ote secara proporsional, sehingga menghasilkan representasi pecahan yang tidak akurat (Gambar 5-10). Hambatan teknis ini mengganggu pencapaian tujuan konseptual. Pada kegiatan tindak lanjut, siswa berkemampuan rendah masih salah dalam menyamakan penyebut tanpa menyesuaikan pembilangnya (Gambar 13). Temuan ini menegaskan bahwa implementasi hipotesis lintasan belajar tidak selalu berjalan secara linier, karena dipengaruhi oleh karakteristik siswa dan dinamika kelas yang kompleks.

Penggunaan konteks Ote-ote dalam penelitian ini membantu siswa memahami penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. Memvisualisasikan potongan-potongan yang proporsional dapat memfasilitasi konstruksi konkret dari pecahan yang setara. Siswa berkemampuan tinggi dan sedang mengembangkan strategi konseptual untuk menyamakan penyebut dan menyesuaikan pembilang. Bahkan siswa berkemampuan rendah mencoba meniru struktur visual tetapi membuat kesalahan prosedural. Temuan ini menegaskan bahwa konteks lokal seperti Ote-ote mendukung visualisasi dan mendorong keterlibatan kognitif dan kondisi emosional siswa.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penggunaan konteks Ote-ote dalam lintasan belajar dapat membantu sebagian siswa memahami penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda, terutama pada tahap

representasi model Ote-ote secara konkret. Namun demikian, hasil penelitian ini masih memiliki keterbatasan, yaitu terletak pada jumlah partisipan yang terbatas dan konteks lokal yang spesifik, sehingga hasilnya tidak dapat digeneralisasikan secara luas. Selain itu, perbedaan respon individu terhadap konteks Ote-ote juga menunjukkan bahwa faktor non-instruksional dapat mempengaruhi pemahaman. Di sisi lain, Tabel 3 menunjukkan hasil tes evaluasi siswa dalam menghitung operasi penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda.

Tabel 3.  
Prestasi Siswa

Jumlah siswa	
Lulus (memuaskan)	Gagal (tidak memuaskan)
22	4

Tabel 3 menunjukkan bahwa sebagian besar siswa (22 dari 26) mencapai kategori “memuaskan” dalam pembelajaran penjumlahan pecahan berpenyebut sama. Dalam hal ini, hanya 4 siswa yang diklasifikasikan sebagai “tidak memuaskan”. Hal ini menunjukkan bahwa tingkat keberhasilan relatif tinggi. Pencapaian ini mengindikasikan bahwa perancangan lintasan belajar dengan konteks Ote-ote dapat memfasilitasi pemahaman siswa.

Temuan studi menunjukkan bahwa lintasan belajar yang dikembangkan terdiri dari empat kegiatan: pengenalan pecahan, penjumlahan pecahan berpenyebut sama, pecahan senilai, dan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. Tidak seperti penelitian sebelumnya yang lebih banyak menggunakan garis bilangan atau representasi simbolik Flores et al. (2020); Saili et al. (2023), lintasan belajar ini menyoroti konteks lokal Ote-ote untuk menjembatani pengalaman konkret dengan

abstraksi matematika (Reinhold et al., 2020). Aktivitas menyamakan pecahan yang setara dirancang sebagai langkah penting, yang sering diabaikan dalam lintasan belajar sebelumnya (Martin & Hunt, 2022), untuk mengatasi miskonsepsi umum seperti menyamakan penyebut tanpa menyesuaikan pembilang (Hearne, 2021). Model visual berbasis ote-ote juga dapat dikatakan menawarkan fleksibilitas representasi yang lebih bermakna daripada model statis (Pedersen & Bjerre, 2021).

Kegiatan dalam lintasan belajar secara bertahap membangun pemahaman siswa tentang penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dengan pencapaian rata-rata yang memuaskan. Temuan ini sejalan dengan penelitian yang menunjukkan bahwa konteks nyata dapat memperkuat pemahaman konsep matematika (Rosmayasari et al., 2023). Tahapan lintasan belajar yang secara eksplisit bertransisi dari pecahan senilai ke penjumlahan kompleks dapat secara efektif mengatasi miskonsepsi yang umum terjadi, seperti kesalahan penyederhanaan pembilang (Wulandari & Amir, 2022). Penelitian ini melengkapi penelitian sebelumnya yang belum memberikan tahapan yang konkret (Hearne, 2021). Visual Ote-ote memperkuat representasi konseptual melalui hubungan konkret-simbolik Amo-Asante and Bonyah (2023); Flores et al. (2020), sekaligus mengatasi kurangnya eksplorasi konteks lokal dalam pembelajaran pecahan (Kohen & Orenstein, 2021).

Studi ini memiliki dua implikasi utama. Secara teoritis, hasil penelitian ini memperkuat pentingnya lintasan belajar berbasis konteks budaya dalam pendidikan matematika, terutama dalam memahami

konsep pecahan berpenyebut berbeda. Temuan ini memperluas teori belajar konstruktivis dengan menunjukkan bahwa konteks lokal seperti Ote-ote dapat menjembatani pemahaman siswa dari representasi konkret ke representasi simbolik. Secara praktis, lintasan belajar yang dikembangkan dapat menjadi acuan bagi guru dalam mengembangkan kegiatan yang bertahap dan bermakna untuk mengajarkan operasi pecahan, terutama dalam konteks yang dekat dengan kehidupan siswa.

#### IV. CONCLUSION

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan lintasan belajar untuk mendukung pemahaman konsep penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda pada siswa sekolah dasar. Lintasan belajar mencakup empat kegiatan utama: pengenalan pecahan, penjumlahan pecahan berpenyebut sama, memahami pecahan yang senilai, dan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kegiatan lintasan belajar secara bertahap dan sistematis membangun pemahaman siswa. Strategi penyelesaian bervariasi berdasarkan kemampuan, mulai dari menggunakan kelipatan persekutuan terkecil oleh siswa berkemampuan tinggi hingga miskonsepsi mendasar pada siswa berkemampuan rendah.

Kontribusi penelitian ini terletak pada pengembangan desain pembelajaran matematika berbasis konteks lokal, khususnya untuk materi penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. Secara praktis, hasil penelitian ini dapat menjadi acuan awal bagi guru dalam merancang

pembelajaran kontekstual yang relevan dengan pengalaman siswa. Penelitian ini memperkaya pendekatan lintasan belajar dengan mengintegrasikan konteks budaya secara bertahap untuk membangun pemahaman konseptual. Penelitian ini tidak mengklaim keefektifan secara keseluruhan, namun memberikan gambaran awal tentang potensi penggunaan konteks lokal dalam mendukung pemahaman siswa. Saran untuk penelitian selanjutnya adalah untuk menguji desain ini di berbagai latar belakang siswa dan mengeksplorasi konteks lokal lainnya dalam topik matematika yang berbeda.

#### ACKNOWLEDGMENT

Peneliti mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam penulisan skripsi ini, terutama kepada Sekolah Dasar Negeri Jimbaran Wetan yang telah bersedia menjadi objek penelitian ini sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Peneliti juga mengucapkan terima kasih kepada Universitas Muhammadiyah Sidoarjo yang telah memberikan fasilitas dan dukungan dalam penelitian ini.

#### REFERENCES

- Adelia, V., Putri, R. I. I., Zulkardi, Z., & Mulyono, B. (2022). Learning trajectory for equivalent fraction learning: An insight. *Journal of Honai Math*, 5(1), 47–60.  
<https://doi.org/10.30862/jhm.v5i1.233>
- Adha, I., Zulkardi, Putri, R. I. I., & Somakim. (2024). When designer meets local culture: The promising learning trajectory on the surface area of polyhedron. *Journal on Mathematics Education*, 15(3), 945–960.

- <https://doi.org/10.22342/jme.v15i3.p945-960>
- Amo-Asante, K., & Bonyah, E. (2023). Building students' conceptual understanding of operations on fractions using manipulatives: A junior high school perspective. *Mediterranean Journal of Social & Behavioral Research*, 7(3), 151–159. <https://doi.org/10.30935/mjosbr/13381>
- Amuah, E., & Davis, E. K. (2023). Strategies and procedural and conceptual knowledge of addition of unlike denominator fractions: The case of grade 8 children in two districts of the central region of Ghana. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 27(2), 123–136. <https://doi.org/10.1080/18117295.2023.2226546>
- Ayuningtyas, I. N., Amir, M. F., & Wardana, M. D. K. (2024). Elementary school students' layers of understanding in solving literacy problems based on Sidoarjo context. *Infinity Journal*, 13(1), 157–174. <https://doi.org/10.22460/infinity.v13i1.p157-174>
- Bakker, Arthur. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools = Ontwikkelingsonderzoek in het statistiekonderwijs: Over symboliseren en computertools*. CD- $\beta$ , Center for Science and Mathematics Education.
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1984). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Academic Press. <https://www.researchgate.net/publication/258510439>
- Cabuquin, J., & Abocejo, F. (2024). Conceptual and procedural understanding in the division of algebraic fractions. *Recoletos Multidisciplinary Research Journal*, 12(1), 225–240. <https://doi.org/10.32871/rmrj2412.0117>
- Clements, D. H. (2014). *Learning and Teaching Early Math*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203520574>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). Learning and teaching early math. In *Learning and Teaching Early Math*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003083528>
- Copur-Gencturk, Y. (2021). Teachers' conceptual understanding of fraction operations: Results from a national sample of elementary school teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 107(3), 525–545. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10033-4>
- Febriani, R., Susanti, E., & Hapizah, H. (2023). Learning trajectory in the material of comparing and ordering fractions using paper folding for elementary school students. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(2), 353. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v14i2.18046>
- Flores, M. M., Hinton, V. M., & Meyer, J. M. (2020). Teaching fraction concepts using the concrete-representational-abstract sequence. *Remedial and Special Education*, 41(3), 165–175. <https://doi.org/10.1177/0741932518795477>
- Fuller, R. A. (1997). Elementary teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *Mid-Western Educational Researcher*. <https://scholarworks.bgsu.edu/mwer/vol10/iss2/3>

- Hearne, L. (2021). Investigating how learners use representations in understanding fractions—a semiotic perspective in a modelling classroom. (*Stellenbosch : Stellenbosch University, 2021-12*).  
<https://doi.org/https://scholar.sun.ac.za/items/67084bb0-6511-49db-8f0c-bc9b684e04a6>
- Jarrah, A. M., Wardat, Y., & Gningue, S. (2022). Misconception on addition and subtraction of fractions in seventh-grade middle school students. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 18*(6), em2115.  
<https://doi.org/10.29333/ejmste/12070>
- Kalra, P. B., Hubbard, E. M., & Matthews, P. G. (2020). Taking the relational structure of fractions seriously: Relational reasoning predicts fraction knowledge in elementary school children. *Contemporary Educational Psychology, 62*, 101896.  
<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101896>
- Kohen, Z., & Orenstein, D. (2021). Mathematical modeling of tech-related real-world problems for secondary school-level mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 107*(1), 71–91.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-020-10020-1>
- Lerman, S. (2020). *Encyclopedia of Mathematics Education* (S. Lerman, Ed.). Springer International Publishing.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0>
- Martin, K., & Hunt, J. H. (2022). Learning trajectory based fraction intervention: Building a mathematics education evidence base. *Investigations in Mathematics Learning, 14*(3), 235–249.  
<https://doi.org/10.1080/19477503.2022.2105028>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). Qualitative data analysis: A methods sourcebook. In *German Journal of Human Resource Management: Zeitschrift für Personalforschung* (Vol. 28, Issue 4).  
<https://doi.org/10.1177/239700221402800402>
- Patton, M. Q. (2002). Qualitative research and evaluation methods (3rd ed.). *Evaluation Journal of Australasia, 3*(2), 60–61.  
<https://doi.org/10.1177/1035719X030300213>
- Pedersen, P. L., & Bjerre, M. (2021). Two conceptions of fraction equivalence. *Educational Studies in Mathematics, 107*(1), 135–157.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-021-10030-7>
- Pramudiani, P., Herman, T., Turmudi, Dolk, M., & Doorman, M. (2022). How does a missing part become important for primary school students in understanding fractions? *Journal on Mathematics Education, 13*(4), 565–586.  
<https://doi.org/10.22342/jme.v13i4.p565-586>
- Ramadhan, M. H., Zulkardi, Z., & Putri, R. I. I. (2022). Designing learning trajectory for teaching fractions using pmri approach with a chessboard context. *SJME (Supremum Journal of Mathematics Education), 6*(2), 162–170.  
<https://doi.org/10.35706/sjme.v6i2.5866>
- Ramadhani, R., Prahmana, R. C. I., Soeharto, & Saleh, A. (2024). Integrating traditional food and technology in statistical learning: A learning trajectory. *Journal on Mathematics Education, 15*(4), 1277–1310.  
<https://doi.org/10.22342/jme.v15i4.p1277-1310>

- Reinhold, F., Hoch, S., Werner, B., Richter-Gebert, J., & Reiss, K. (2020). Learning fractions with and without educational technology: What matters for high-achieving and low-achieving students? *Learning and Instruction, 65*, 101264. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.101264>
- Rizal, M., Siswono, T. Y. E., Nurdin, & Bitara, T. (2023). Students' Learning Trajectory in Solving Fraction Problems: Cases of Boy and Girl Students in Junior High School. *Studies in Learning and Teaching, 4*(1), 157–169. <https://doi.org/10.46627/silet.v4i1.212>
- Rosmayasari, R., Suryadi, D., Herman, T., Prabawanto, S., & Tin Lam, T. (2023). Students' hypothetical learning trajectory (HLT) in learning fraction division calculation operations. *Dinamika Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar, 14*(2), 158. <https://doi.org/10.30595/dinamika.v14i2.16819>
- Saili, J., Samuel, E. B., & Mukuka, A. (2023). Effect of visual-based instruction on elementary pre-service teachers' conceptual understanding of fractions. *Journal of Mathematics and Science Teacher, 3*(1), em030. <https://doi.org/10.29333/mathsciteacher/13063>
- Salsabila, I., Amir, M. F., & Wardana, M. D. K. (2022). A learning trajectory of integer addition and subtraction using the kempren game context. *Jurnal Elemen, 8*(2), 556–571. <https://doi.org/10.29408/jel.v8i2.5541>
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Source: Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 114–145. <https://doi.org/https://doi.org/10.5951/jresematheduc.26.2.0114>
- Sukasno, Zulkardi, Putri, R. I. I., & Somakim. (2024). Learning fraction with vacation: Integrating Musi Rawas tourism in designing learning trajectory on fraction. *Journal on Mathematics Education, 15*(4), 1153–1174. <https://doi.org/10.22342/jme.v15i4.p1153-1174>
- Tarida, L., Anjarsari, E., Hasan, B., & Widayati, F. E. (2023). How does student learn mathematics through traditional food? (a hypothetical learning trajectory). *Unnes Journal of Mathematics Education, 12*(3), 205–212. <https://doi.org/10.15294/ujme.v12i3.71337>
- Torres-Peña, R. C., Peña-González, D., & Ariza, E. A. (2024). Enhancing fraction learning through problem-solving and historical context: A didactic unit approach. *Journal on Mathematics Education, 15*(3), 815–834. <https://doi.org/10.22342/jme.v15i3.p815-834>
- Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast, 11*(3), 555–584. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1317>
- Wulandari, D., & Amir, M. F. (2022). Analysis of elementary school students' difficulties in fraction addition. *K R E A N O Creative-Innovative Mathematics (Education) Journal. https://doi.org/https://doi.org/10.15294/kreano.v13i1.35275*

## BIOGRAFI PENULIS

### Niva Al Kuril Ainin



Lahir di Sidoarjo, 15 Maret 2002. Saat ini merupakan mahasiswa S1 di Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia. Minat penelitiannya adalah matematika sekolah dasar, khususnya pengembangan learning trajectory

### Dr. Mohammad Faizal Amir, S. Pd., M. Pd



Dosen di Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia. Gelar sarjana pendidikan matematika diperoleh pada tahun 2011. Gelar magister pendidikan matematika diperoleh pada tahun 2013. Gelar doktor dalam bidang pendidikan matematika diperoleh pada tahun 2023. Topik penelitian berfokus pada pendidikan matematika sekolah dasar. Minat penelitian berfokus pada kognisi dan pembelajaran matematika. Publikasi beliau dikategorikan dalam jurnal nasional, internasional, dan bereputasi.

### Fitria Wulandari, M.Pd



Dosen tetap di Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia. Jenjang S1 ditempuh di PGSD Universitas Negeri Malang pada Agustus 2008. Jenjang magister ditempuh di Universitas Negeri Surabaya mengambil program studi Magister Pendidikan Dasar pada tahun 2012. Telah melakukan publikasi ilmiah di beberapa jurnal dan prosiding terakreditasi nasional baik nasional maupun internasional.