

Pengetahuan Konseptual dan Prosedural Siswa Sekolah Dasar dalam Memecahkan Masalah Pecahan

Elis Syafa Magfirotin¹, Mohammad Faizal Amir^{2*}

^{1,2}Universitas Muhammadiyah Sidoarjo

Corresponding Author: faizal.amir@umsida.ac.id^{2*}

Abstract

Conceptual and procedural knowledge is fundamental for students to comprehensively understand and solve fraction problems. However, empirical studies indicate that elementary school students still do not have adequate conceptual and procedural knowledge in solving fraction problems. This study aimed to analyze the forms of conceptual and procedural knowledge of elementary school students in solving fraction problems. This study used a qualitative method involving 86 participants from grades four to six in one of the public elementary schools in Sidoarjo. Seven subjects were selected to represent the forms based on each aspect of conceptual and procedural knowledge of fractions. The data analysis used was descriptive analysis with data collection methods using tests, interviews, and documentation. Empirical research results showed that students can successfully use conceptual and procedural knowledge of fractions in certain forms. There are 3 forms of conceptual knowledge of fractions: comparing, applying, and visualizing fractions. Meanwhile, there are 4 forms of procedural knowledge of fractions: explaining procedures, converting fractions, adding or subtracting fractions, and simplifying fractions. The results of this study have implications for educators or academics to emphasize learning by integrating forms of conceptual and procedural knowledge, so that students avoid failure in solving fraction problems.

Abstrak

Pengetahuan konseptual dan prosedural merupakan pengetahuan mendasar agar siswa dapat memahami dan memecahkan masalah pecahan secara komprehensif. Namun, berdasarkan studi empiris diindikasikan bahwa siswa sekolah dasar masih belum memiliki pengetahuan konseptual dan prosedural yang memadai dalam memecahkan masalah pecahan. Tujuan penelitian ini untuk menganalisis bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural siswa sekolah dasar dalam memecahkan masalah pecahan. Penelitian ini menggunakan metode kualitatif dengan melibatkan 86 partisipan siswa kelas empat sampai enam di salah satu sekolah dasar negeri di Sidoarjo. Tujuh subjek dipilih untuk mewakili bentuk-bentuk berdasarkan setiap aspek pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan. Analisis data yang digunakan adalah analisis deskriptif dengan metode pengumpulan data menggunakan tes, wawancara dan dokumentasi. Hasil penelitian secara empiris menunjukkan siswa berhasil menggunakan pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan dalam bentuk-bentuk tertentu. Terdapat 3 bentuk pengetahuan konseptual pecahan, yaitu: membandingkan pecahan, menerapkan pecahan, dan memvisualisasikan pecahan. Sementara, terdapat 4 bentuk pengetahuan prosedural pecahan, yaitu: menjelaskan prosedur, mengkonversi pecahan, menjumlahkan atau mengurangkan pecahan, dan menyederhanakan pecahan. Hasil penelitian ini berimplikasi bagi para pendidik atau akademisi untuk menekankan pembelajaran dengan mengintegrasikan bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural, agar siswa terhindar dari ketidakberhasilan dalam memecahkan masalah pecahan.

Keywords: Concepts; Procedures; Fractions

INTRODUCTION

Pecahan menjadi topik penting karena sebagai prasyarat keberhasilan siswa dalam memahami topik selanjutnya yang lebih kompleks (Dogan-Coskun, 2019; Flores et al., 2020; Karika & Csikos, 2022; Ladin & Tengah, 2021; Zhang et al., 2020). Bennett et al. (2012) menyebutkan topik selanjutnya yang didasarkan dari pengetahuan pecahan diantaranya bilangan desimal, bilangan rasional dan irasional, dan bilangan real. Namun, pemahaman siswa terkait materi pecahan tidak selalu optimal. Siswa sering mengalami kesulitan dalam membedakan pecahan dengan bilangan bulat, termasuk siswa tidak dapat merepresentasikan pembilang dan penyebut sebagai bagian dari keseluruhan (Deringol, 2019; Dogan-Coskun, 2019; Durkin & Rittle-Johnson, 2015; Simon et al., 2018). Lenz et al. (2020) mengindikasikan siswa yang memahami pecahan, apabila memiliki pengetahuan konseptual dan prosedural yang memadai.

Secara lebih khusus, pengetahuan konseptual pecahan digunakan untuk untuk membentuk konsep dasar pemahaman mengenai makna pecahan, bagaimana pecahan direpresentasikan dan bagaimana pecahan digunakan dalam situasi matematika (Braithwaite & Sprague, 2021; Canobi, 2009; Maulina et al., 2020). Sementara, pengetahuan prosedural digunakan untuk mengoperasikan dan mengaplikasikan konsep-konsep tersebut ke dalam pecahan yang mencakup keterampilan dalam perhitungan dan manipulasi pecahan sesuai dengan aturan dan langkah-langkah yang benar (Baroody et al., 2007; Braithwaite & Sprague, 2021; Star & Stylianides, 2013).

Para ahli menyatakan bahwa pengetahuan konseptual dan prosedural yang memadai paling dibutuhkan untuk

siswa sekolah dasar (Abbas et al., 2022; Nahdi & Jatisunda, 2020; Wiest & Amankonah, 2021). Dalam hal ini, bagi siswa sekolah dasar pengetahuan konseptual dan prosedural mengenai pecahan dibutuhkan untuk membantu menentukan strategi, memberikan jawaban yang logis dan mendeteksi kesalahan dalam memecahkan masalah (Braithwaite & Sprague, 2021; Manandhar et al., 2022; Rittle-Johnson, 2017; Saban et al., 2021). Lebih lanjut menurut Abbas et al. (2022), siswa sekolah dasar membutuhkan pengetahuan konseptual dan prosedural yang memadai untuk memecahkan berbagai jenis masalah pecahan yang kompleks. Oleh karena itu, pengetahuan konseptual dan prosedural menjadi tumpuan dalam kompetensi matematika siswa sekolah dasar yang berdampak pada suksesnya pencapaian pembelajaran matematika berikutnya (Nahdi & Jatisunda, 2020; Rittle-Johnson et al., 2015).

Secara spesifik, pengetahuan konseptual dan prosedural mengenai pecahan dibutuhkan siswa sekolah dasar untuk berhasil menyelesaikan masalah-masalah dasar pecahan. Misalkan siswa diberikan masalah yang diadaptasi dari Pirie & Kieren (1989) "buktikan dan berikan langkah-langkah untuk menunjukkan bagian kue mana yang lebih besar yang dibagikan oleh orang A dan B ke setiap orang. Apabila orang A membagi 1 kue ke 3 orang, sementara orang B membagi 3 kue ke 7 orang". Dalam masalah ini, siswa dituntut untuk tidak hanya menggunakan pengetahuan prosedural, namun juga menggunakan pengetahuan konseptual secara intuitif dengan cara menggambar pecahan 1 dari 3 dan 3 dari 7.

Berdasarkan studi pendahuluan di Sekolah Dasar Negeri (SDN) Pucang Sidoarjo pada bulan September 2023 didapatkan beberapa temuan awal, yaitu beberapa siswa: (1) tidak secara utuh menggambarkan secara visual bagian dari keseluruhan pecahan sederhana; (2) terbiasa merepresentasikan pecahan ke garis bilangan, daripada gambar atau secara visual; (3) hanya fokus pada hitungan secara prosedural; (4) tidak dapat menjelaskan makna pecahan dengan menggunakan bahasa mereka sendiri; (5) tidak dapat menjelaskan hubungan antara pecahan campuran ke pecahan biasa, atau sebaliknya. Dalam hal ini, para ahli menyebutkan kesulitan yang dialami siswa dalam memahami maupun memecahkan masalah pecahan dikarenakan siswa kurang memiliki pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan yang memadai (Braithwaite & Sprague, 2021; Hussein, 2022; Morano & Riccomini, 2020; Simon, 2019).

Sementara itu, penelitian-penelitian terdahulu belum membahas secara spesifik mengenai bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural siswa sekolah dasar dalam memecahkan masalah pecahan. Lenz et al. (2020) meneliti pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan, namun tidak secara kualitatif dan tidak pada siswa sekolah dasar. Laily et al. (2020) meneliti profil pengetahuan konseptual dan prosedural dalam masalah geometri yang memiliki keterkaitan dengan pecahan. Phuong (2020) meneliti pengetahuan konseptual dan prosedural siswa dalam memecahkan masalah matematika secara umum. Manandhar et al. (2022) meneliti pengetahuan konseptual dan prosedural aljabar. Idrus et al. (2022) meneliti pengetahuan konseptual pengukuran luas siswa sekolah dasar. Tesfaye et al. (2020)

meneliti pengetahuan konseptual dan prosedural konsep pola angka.

Dengan demikian, untuk memperoleh solusi agar siswa berhasil menggunakan pengetahuan konseptual dan prosedural dalam memecahkan masalah pecahan, maka perlu dilakukan penelitian untuk menganalisis secara mendalam bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural siswa sekolah dasar dalam memecahkan masalah pecahan. Hurrell (2021) mengungkapkan penelitian mengenai analisis pengetahuan konseptual dan prosedural memberikan bahan signifikan untuk dapat memperbaiki performa belajar siswa dan meningkatkan kualitas pengajaran guru. Oleh karena itu, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberi sumbangsih pengetahuan untuk mengenali bentuk-bentuk keberhasilan siswa sekolah dasar, agar siswa terhindar dari ketidakberhasilan dalam menggunakan pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan selama pembelajaran. Sehingga guru, praktisi, maupun peneliti dapat mengevaluasi dan memberi perlakuan pembelajaran yang lebih tepat untuk menggunakan pengetahuan konseptual dan prosedural terhadap topik pecahan atau topik lain pada umumnya secara lebih komprehensif.

METHOD

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kualitatif dengan pendekatan studi kasus. Penelitian kualitatif adalah prosedur penelitian yang menggunakan data deskriptif berupa kata-kata tertulis atau lisan yang diperoleh dari narasumber, sedangkan pendekatan studi kasus adalah proses pengumpulan data dan informasi secara mendalam (Creswell, 2012). Dalam hal ini, studi kasus digunakan untuk menganalisis secara

mendalam fenomena mengenai pengetahuan konseptual dan prosedural siswa sekolah dasar dalam memecahkan masalah pecahan.

Penelitian ini dilakukan di SDN Pucang Sidoarjo. Partisipan yang terlibat sebanyak 86 orang, yang terdiri dari 26 siswa kelas empat, 30 siswa kelas lima, dan 30 siswa kelas enam. Teknik penentuan subjek menggunakan purposive yang didasarkan pada pertimbangan dan fokus pada karakteristik tertentu yang relevan dengan penelitian (Creswell, 2012). Dalam hal ini, penentuan subjek secara purposive dilakukan dengan cara mengambil satu siswa yang berhasil menggunakan pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan. Satu siswa diambil untuk mewakili masing-masing aspek pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan, diantaranya 3 aspek pengetahuan konseptual, yaitu: C₁ (perbandingan pecahan), C₂ (aplikasi pecahan), C₃ (visualisasi pecahan), serta pengetahuan prosedural, yaitu: P₁ (verbalisasi prosedur), P₂ (konversi pecahan), P₃ (penjumlahan pecahan), P₄

(penyederhanaan pecahan). Selanjutnya, peneliti melakukan pengkodingan inisial subjek, sehingga didapatkan S₁ (subjek 1)-S₇ (subjek 7).

Instrumen penelitian ini terdiri dari tes pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan dan wawancara. Tes bertujuan untuk memperoleh data tertulis untuk mengkonstruksi dan menjustifikasi pengetahuan konseptual dan prosedural siswa dalam memecahkan masalah pecahan. Instrumen dikembangkan berdasarkan indikator pengetahuan konseptual dan prosedural dari Lenz et al. (2020). Instrumen yang dikembangkan memiliki 7 masalah yang terdiri dari 1 masalah yang mewakili aspek C₁-C₃ dan P₁-P₄, sebagaimana Tabel 1. Adapun kisi-kisi instrumen tes pengetahuan konseptual dan prosedural disajikan pada Tabel 2. Sedangkan, wawancara berisi serangkaian pertanyaan lisan mengenai pengetahuan konseptual dan prosedural yang dimiliki oleh subjek, yang bertujuan untuk memperdalam hasil instrumen tes yang telah dilakukan.

Table 1. Indikator Pengetahuan Konseptual dan Prosedural Pecahan

Pengetahuan	Aspek	Indikator Pengetahuan	Kode
Konsep (C)	Membandingkan pecahan	Verbalisasi konsep pecahan	C ₁
	Aplikasi pecahan	Menerapkan konsep pecahan pada garis bilangan	C ₂
	Visualisasi pecahan	Memvisualisasikan pecahan dalam bentuk gambar atau grafik	C ₃
Prosedur (P)	Verbalisasi prosedur	Verbalisasi prosedur dalam pemecahan masalah pecahan	P ₁
	Konversi pecahan	Mengkonversi pecahan dari satu bentuk ke bentuk lainnya	P ₂
	Penjumlahan atau pengurangan pecahan	Kemampuan melakukan penjumlahan dan pengurangan pecahan	P ₃
	Penyederhanaan pecahan	Kemampuan memperluas dan menyederhanakan pecahan	P ₄

(Lenz et al., 2020)

Table 2. Instrumen Penelitian

Nomer	Kode Indikator	Masalah
1	C ₁	Hasil penjumlahan dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ lebih besar dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. Hal ini dikarenakan 4 pada penjumlahan yang pertama lebih besar dari 2 pada penjumlahan yang kedua. Jelaskan mengapa hal tersebut tidak tepat.

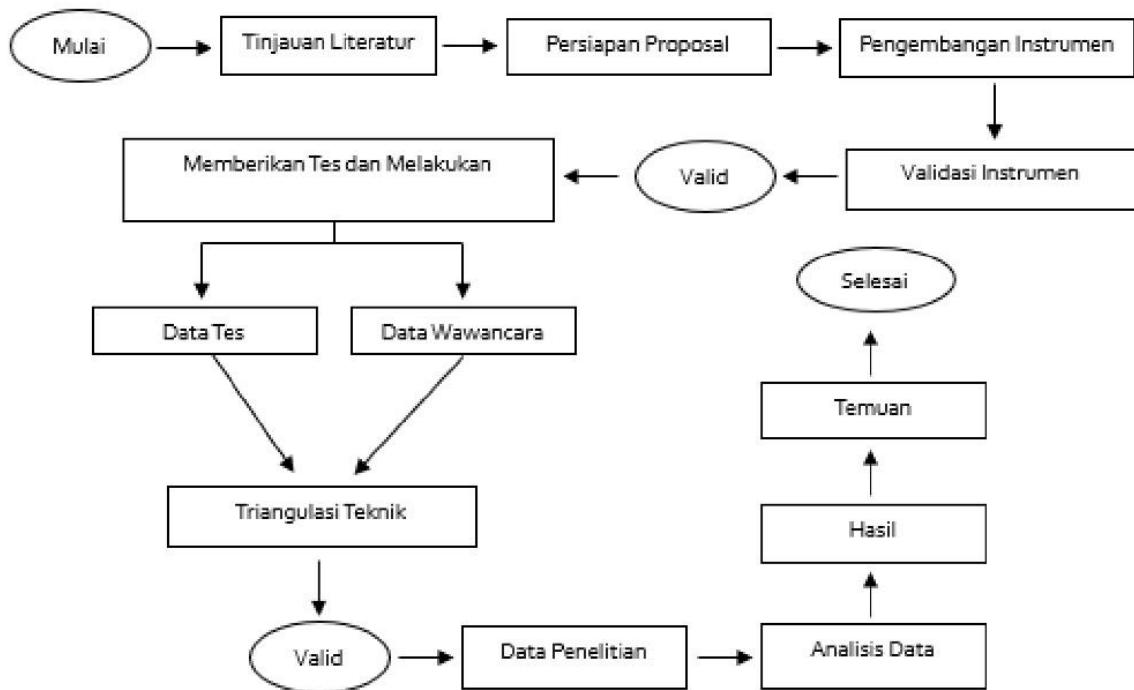
- 2 C2 Jelaskan lokasi yang tepat untuk meletakkan bagian yang mencerminkan hasil penjumlahan $1 + \frac{1}{4}$ pada garis bilangan di bawah ini.
-
- 3 C3 Gambarlah penjumlahan $\frac{2}{8} + \frac{4}{8}$ dari bangun di bawah ini!
-
- 4 P1 Tulislah langkah-langkah penjumlahan pecahan yang memiliki penyebut berbeda!
- 5 P2 Ubahlah pecahan $3\frac{1}{4}$ menjadi bentuk penjumlahan pecahan!
- 6 P3 Jumlahkan pecahan berikut ini! $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$
- 7 P4 $\frac{14}{5} + \frac{12}{5}$ memiliki bentuk sederhana penjumlahan pecahan $2\frac{4}{5} + 2\frac{2}{5}$ yang merupakan pecahan campuran. Carilah bentuk lain dari $\frac{14}{5} + \frac{12}{5}$ dengan melengkapi bagian yang kosong pada pecahan berikut ini $1\frac{\dots}{5} + 1\frac{\dots}{5}$
-

Tahapan penelitian dilakukan melalui beberapa langkah, yaitu mengkaji literatur, mengembangkan dan memvalidasi instrumen penelitian, memberikan test kepada seluruh siswa, melakukan wawancara pada subjek terpilih, melakukan triangulasi, dan menganalisis data. Keseluruhan tahap-tahap penelitian disajikan pada Figure 1.

Kredibilitas data penelitian ini menggunakan triangulasi yaitu metode yang digunakan untuk memverifikasi data dari berbagai sumber dengan menggunakan berbagai cara pada waktu yang berbeda (Creswell, 2012). Jenis triangulasi yang digunakan adalah triangulasi teknik. Dalam hal ini, peneliti menganalisis atau mengekstraksi data yang diperoleh selama observasi

penyelesaian test, hasil test, dan kutipan wawancara berdasarkan C1-C3 dan P1-P4.

Teknik analisis data meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Pada tahap data reduksi, peneliti memfokuskan data mentah data tertulis dan kutipan wawancara agar sesuai dengan indikator pengetahuan konseptual dan prosedural , yaitu C1-C3 dan P1-P4. Pada tahap penyajian data, peneliti menyajikan visualisasi cuplikan gambar hasil test tulis dan kutipan wawancara yang sesuai. Pada tahap penarikan kesimpulan, peneliti mengekstraksi kesamaan pengetahuan konseptual dan prosedural yang diperoleh selama observasi, hasil test, hasil wawancara berdasarkan C1-C3 dan P1-P4.

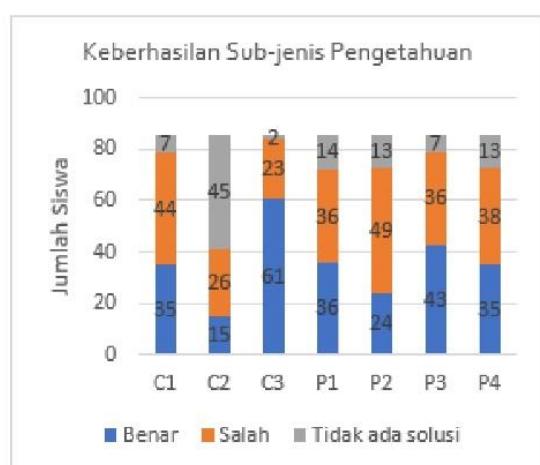


Gambar 1. Tahapan Penelitian

RESULTS AND DISCUSSION

Results

Mengacu pada indikator pengetahuan konseptual dan prosedural dari Lenz et al. (2020), pengelompokan data disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Pengelompokan Data

Berdasarkan data pada Figure 2, terdapat perbedaan tingkat pencapaian pada setiap problem aspects. Gambaran

secara ringkas mengenai keberhasilan siswa memecahkan masalah konseptual dan prosedural pecahan disajikan pada Tabel 3.

Table 3. Rekapitulasi Pengetahuan Konseptual dan Prosedural Siswa

Aspek Pengetahuan	n	%	Subjek
C1	35	40,69%	S1
C2	15	17,44%	S2
C3	61	70,93%	S3
P1	36	41,86%	S4
P2	24	27,90%	S5
P3	43	50%	S6
P4	35	40,69%	S7

Deskripsi :

n = Jumlah siswa yang menjawab dengan benar

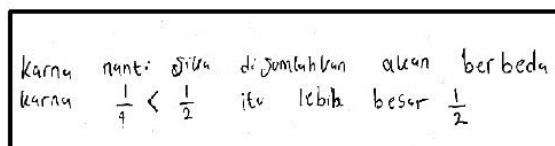
S1-S7 = Subjek penelitian

Tabel 3 menunjukkan keberhasilan siswa dalam memecahkan masalah konseptual (C1-C3) dan prosedural (P1-P4) pecahan. Terdapat 35 siswa di C1, 15 siswa di C2, 61 siswa di C3, 36 siswa di P1, 24 siswa di P2, 43 siswa di P3, dan 35 siswa di P4 yang menjawab dengan benar.

Hanya 1 siswa yang memperoleh tingkat konseptual dan prosedural tertinggi untuk setiap aspek pengetahuan. Dalam hal ini, S1-S3 masing-masing mewakili keberhasilan aspek pengetahuan konseptual C₁-C₃. Sementara, S4-S5 masing-masing mewakili keberhasilan aspek pengetahuan prosedural P₁-P₄.

Pengetahuan Konseptual pada C₁

Gambar 3 merupakan hasil pekerjaan siswa yang dikodekan dengan S1.



Gambar 3. Pekerjaan S1 pada C₁

Sebanyak 35 (40,69%) siswa menjawab dengan benar, seperti S1 pada Gambar 3. S1 dapat dikatakan memiliki pengetahuan konseptual karena memenuhi indikator pada C₁. S1 berhasil membandingkan pecahan $\frac{1}{4}$ dengan $\frac{1}{2}$. S1 menyatakan konsep pecahan dengan benar, yaitu semakin besar penyebut pecahan, maka semakin kecil nilai pecahannya. S1 membandingkan nilai numerik dari pecahan.

Peneliti : Apakah kamu yakin $\frac{1}{2}$ lebih besar dari $\frac{1}{4}$?

S1 : Yakin.

Peneliti : Bukannya 4 lebih besar dari 2?

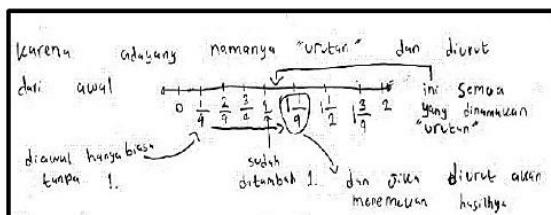
S1 : Tapi $\frac{1}{4}$ itu 1 dibagi 4 sedangkan $\frac{1}{2}$ itu 1 dibagi 2. Lebih banyak yang dapat $\frac{1}{2}$ kue dari pada $\frac{1}{4}$ kue.

Berdasarkan hasil wawancara, S1 memahami bahwa pecahan adalah bilangan tunggal, bukan dua bilangan bulat yang terpisah. Hal ini mencerminkan pemahaman yang kuat bahwa pecahan adalah cara untuk menggambarkan bagian dari keseluruhan. S1 telah

menunjukkan pemahaman yang baik tentang konsep ini dan dapat menerapkannya dengan baik dalam pemecahan masalah matematika.

Pengetahuan Konseptual pada C₂

Gambar 4 merupakan hasil pekerjaan siswa yang dikodekan dengan S2.



Gambar 4. Pekerjaan S2 pada C₂

Sebanyak 15 (17,44%) siswa menjawab dengan benar seperti S2 pada Gambar 4. Namun, hanya S2 yang menjawab dengan menggunakan grafik sederhana. S2 menunjukkan pengetahuan konseptual pecahan yang kuat dibuktikan dengan berhasil meletakkan pecahan $1 + \frac{1}{4}$. Dalam hal ini, S2 memiliki pengetahuan konseptual yang tinggi karena ia dapat mengaplikasikan konsep pecahan pada garis bilangan.

Peneliti : Apakah kamu yakin letak pecahan $1\frac{1}{4}$ disitu?

S2 : Ya, yakin.

Peneliti : Coba jelaskan mengapa letaknya disitu.

S2 : Saya melihat setelah 0 itu $\frac{1}{4}$, setelah itu daerah kosong kemudian $\frac{3}{4}$ dan 1. Saya tau daerah yang kosong itu $\frac{2}{4}$. Jadi setelah 1, kembali lagi 1 $\frac{1}{4}$ kemudian $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$ dan 2.

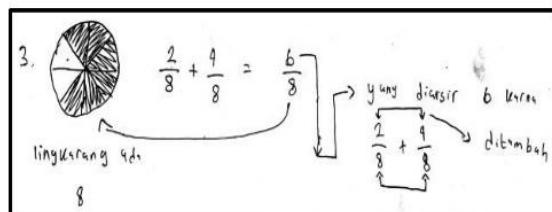
Peneliti : Oh begitu.

Berdasarkan hasil wawancara, S2 mengerjakan soal C₂ dengan bantuan bilangan bulat 0 dan 1. S2 memeriksa bagian bilangan bulat untuk mengevaluasi perbandingan pecahan pada garis

bilangan. Selain itu, S2 dapat menghubungkan ide pecahan dengan bagian yang sama dari keseluruhan. S2 dapat mengidentifikasi bahwa pecahan $\frac{2}{4}$ memiliki nilai yang sama dengan pecahan $\frac{1}{2}$. Meskipun tugas garis bilangan pada pecahan sulit, ia dapat secara efektif memahami pecahan karena sesuai dengan representasi mental yang diinginkan dan memanfaatkan pengetahuan spasial-numerik yang sudah ada sebelumnya.

Pengetahuan Konseptual pada C3

Gambar 5 merupakan hasil pekerjaan siswa yang dikodekan dengan S3.



Gambar 5. Pekerjaan S3 pada C3

Sebanyak 61 (70,93%) siswa menjawab dengan benar sebagai S3 pada Gambar 5. Namun, beberapa siswa tidak dapat menjawab pertanyaan C3 dengan benar. S3 berhasil dalam memvisualisasikan penjumlahan pecahan $\frac{2}{8} + \frac{4}{8}$.

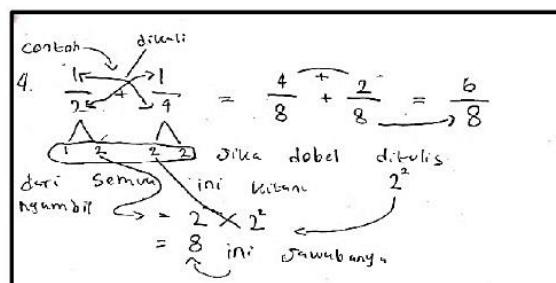
- Peneliti : Kenapa arsirnya begitu?
 S3 : Ya karena $\frac{2}{8} + \frac{4}{8}$ sama dengan $\frac{6}{8}$, jadi arsirnya 6 bagian dari 8 bagian.
 Peneliti : Jika tidak ada tanda + bagaimana kamu mengerjakannya?
 S3 : Ya digambar aja $\frac{2}{8}$ sama $\frac{4}{8}$
 Peneliti : Apakah hasil gambarnya sama dengan $\frac{2}{8} + \frac{4}{8}$?
 S3 : Sama.
 Peneliti : Apa kamu yakin?
 S3 : Yakin.

Berdasarkan hasil wawancara, dalam mengerjakan soal C3, S3 fokus pada

soal penjumlahan sehingga S3 mengoperasikan terlebih dahulu sebelum memvisualisasikan pecahannya. Meskipun begitu, S3 memahami konsep pada soal C3. S3 tidak merasa kebingungan jika diminta untuk memvisualisasikan secara langsung pecahan $\frac{2}{8}$ dan $\frac{4}{8}$ pada diagram lingkaran. Pengetahuan konseptual yang benar membantu S3 memvisualisasikan pecahan dan mengaitkannya dengan bilangan bulat. Seperti yang dikatakan S3 dalam wawancara bahwa $\frac{6}{8}$ atau 6 dari 8 bagian. Hal ini menunjukkan pengetahuan konseptual yang baik. S3 memahami bahwa pecahan merupakan bagian dari suatu bilangan.

Pengetahuan Prosedural pada P1

Gambar 6 merupakan hasil pekerjaan siswa yang dikodekan dengan S4.



Gambar 6. Pekerjaan S4 pada P1

Sebanyak 36 (41,86%) siswa menjawab dengan benar, seperti S4 pada Gambar 6. Namun, hanya S4 yang menjawab dengan contoh penjumlahan pecahan $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. S4 menggunakan metode faktorisasi untuk mendapatkan penyebut yang sama, yaitu angka 8.

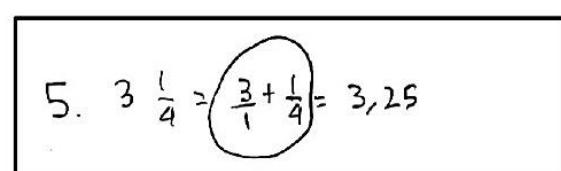
- Peneliti : Dari mana kamu mendapatkan penyebut 8?
 S4 : Dari pohon faktor 2 dan 4.
 Peneliti : Setelah itu bagaimana bisa jadi $\frac{6}{8}$?
 S4 : Setelah penyebutnya sama, dibagi penyebut yang tidak sama

- Peneliti* : kemudian dikalikan pembilangnya.
S₄ : Bagaimana itu?
S₄ : 8 dibagi 2 setelah itu dikalikan 1 jadi hasilnya $\frac{4}{8}$. 8 dibagi 4 setelah itu dikalikan 1 jadi $\frac{2}{8}$. Jadi $\frac{4}{8} + \frac{2}{8}$ sama dengan $\frac{6}{8}$.

Berdasarkan hasil wawancara, S₄ menjelaskan cara menjumlahkan pecahan yang penyebutnya berbeda, dan kedua penyebutnya harus disamakan terlebih dahulu dengan menggunakan faktorisasi. S₄ menjelaskan langkah-langkahnya secara rinci, termasuk pembagian pecahan berpenyebut tidak sama, penggunaan pembilang untuk menjumlahkan, dan penggunaan pohon faktor untuk mengilustrasikan prosesnya. S₄ menunjukkan pengetahuan yang kuat tentang operasi penjumlahan pecahan dan identifikasi penyebut yang sama. Hal ini mengindikasikan bahwa S₄ memiliki pengetahuan yang baik tentang konsep matematika, terutama pada materi pecahan.

Pengetahuan Prosedural pada P₂

Gambar 7 merupakan hasil pekerjaan siswa yang dikodekan dengan S₅.



$$5. \quad 3 \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = 3,25$$

Gambar 7. Pekerjaan S₅ pada P₂

Sebanyak 24 (27,90%) siswa menjawab dengan benar, seperti S₅ pada Gambar 7. Soal P₂ adalah mengubah pecahan menjadi bentuk penjumlahan. Banyak siswa menjawab dengan mencari pecahan yang menghasilkan $3 \frac{1}{4}$. S₅ mengetahui bahwa pecahan $3 \frac{1}{4}$ terdiri dari 3 sebagai bilangan bulat dan $\frac{1}{4}$ sebagai

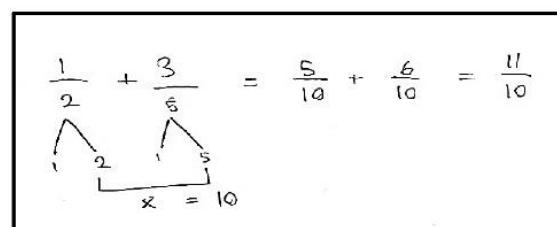
pecahan. This knowledge helps S₅ in solving problem P₂.

- Peneliti* : Mengapa bentuk penjumlahannya $\frac{3}{1} + \frac{1}{4}$?
S₅ : Karena 3 saya ubah menjadi $\frac{3}{1}$ agar menjadi pecahan.
Peneliti : Menurutmu 3 itu sama dengan $\frac{3}{1}$?
S₅ : Iya, 3 dibagi 1 kan 3.
Peneliti : Lalu mengapa harus dirubah menjadi $\frac{3}{1}$?
S₅ : Agar bisa dijumlahkan.

Berdasarkan hasil wawancara, S₅ memahami cara menjumlahkan bilangan bulat dengan pecahan. Hal ini diperlukan untuk mengubah bilangan bulat menjadi pecahan. Dalam hal ini, S₅ mengubah bilangan bulat 3 menjadi pecahan $\frac{3}{1}$. S₅ juga menunjukkan pengetahuan yang kuat tentang konsep pecahan, dengan menyatakan dengan tegas bahwa 3 sama dengan $\frac{3}{1}$ karena "3 dibagi 1 adalah 3". Hal ini mengindikasikan bahwa S₅ memiliki pengetahuan konseptual dan prosedural yang kuat dalam menyelesaikan masalah pecahan.

Pengetahuan Prosedural pada P₃

Gambar 8 merupakan hasil pekerjaan siswa yang dikodekan dengan S₆.



$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10}$$

Gambar 8. Pekerjaan S₆ pada P₃

Sebanyak 43 (50%) siswa menjawab dengan benar, seperti S₆ pada Gambar 8. S₆ menyelesaikan soal P₃ sesuai dengan prosedur yang benar. Soal P₃ berkaitan erat dengan soal P₁. Dalam hal ini, siswa yang tidak dapat memverbalkan prosedur penjumlahan pecahan berpenyebut

berbeda pada soal P1 tentu tidak dapat menjawab soal P3.

- Peneliti : Angka 10 itu kamu dapat dari mana?
 S6 : Dari itulah, pakai garis garis kebawah itulah apa ya namanya aku lupa.
 Peneliti : Pohon faktor?
 S6 : Nah iya itu!
 Peneliti : Untuk apa memakai pohon faktor?
 S6 : Mencari penyebut yang sama, setelah itu baru dihitung
 Peneliti : Oh begitu.

Berdasarkan hasil wawancara, S6 menyelesaikan masalah P3 dengan menyamakan penyebut sebelum mengoperasikan penjumlahan pecahan. S6 menggunakan pohon faktor untuk mencari penyebut yang sama sebelum mengoperasikannya. S6 mengidentifikasi angka 10 sebagai hasil dari mencari kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari kedua penyebut pecahan tersebut. Hal ini mengindikasikan bahwa S6 memiliki pengetahuan prosedural yang benar mengenai cara menyelesaikan soal penjumlahan pecahan dengan penyebut berbeda. S6 juga menunjukkan pengetahuan yang baik mengenai konsep kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dan bagaimana konsep tersebut digunakan untuk menyamakan penyebut.

Pengetahuan Prosedural pada P4

Gambar 9 merupakan hasil pekerjaan siswa yang dikodekan dengan S7.

F. Karna $\frac{14}{5} + \frac{12}{5}$ dan $2\frac{4}{5} + 2\frac{2}{5}$ itu sama
 Jadi ketika cari dengan jawaban itu bisa begini
 $1\frac{3}{5} + 1\frac{7}{5}$
 $\frac{11}{5}$ $\frac{12}{5}$

Gambar 9. Pekerjaan S7 pada P4

Sebanyak 35 (40,69%) siswa menjawab dengan benar, seperti S7 pada Gambar 9. Dalam menyelesaikan soal P4, siswa harus memahami prosedur untuk mengubah pecahan campuran menjadi pecahan sederhana, misalnya $1\frac{9}{5}$ menjadi $\frac{14}{5}$.

- Peneliti : Kenapa kamu bisa menjawab $1\frac{9}{5}$ dan $1\frac{7}{5}$?
 S7 : $2\frac{4}{5} + 2\frac{2}{5}$ itu kan bentuk lain dari $\frac{14}{5}$ dan $\frac{12}{5}$.
 Peneliti : Lalu?
 S7 : Di soal kan udah terisi 1 dan 1. jadi penyebutnya di isi 5 pembilangnya 9 dan 7.
 Peneliti : Memangnya dari mana 9 dan 7 itu?
 S7 : Itu dari 5 dikali 1 sama dengan 5 jadi biar jadi 14 berarti kurang 9
 Peneliti : Yang 7?
 S7 : Sama juga seperti itu caranya.

Berdasarkan hasil wawancara, S7 memiliki pemahaman yang baik mengenai cara mengubah pecahan campuran menjadi pecahan biasa. S7 menyadari bahwa $1\frac{9}{5}$ adalah bentuk lain dari $\frac{14}{5}$ dan $1\frac{7}{5}$ adalah bentuk lain dari $\frac{12}{5}$. Hal ini menunjukkan bahwa S7 memahami konsep dasar pengelolaan pecahan campuran. S7 menjelaskan proses konversi dengan baik. S7 mengalikan bilangan bulat yang terdapat pada pecahan campuran (1 dan 1) dengan penyebutnya, kemudian mengurangkan hasilnya dengan pembilang semula. S7 menjelaskan proses konversi dengan baik. S7 mengalikan bilangan bulat yang terdapat pada pecahan campuran (1 dan 1) dengan penyebutnya, kemudian mengurangkan hasilnya dengan pembilang aslinya. S7 menunjukkan pemahaman yang kuat dalam mengubah pecahan campuran menjadi pecahan biasa dan kemampuan untuk menjawab

pertanyaan P4 dengan benar dengan memahami konsep matematika yang terlibat. Kemampuan S7 dalam memperluas dan menyederhanakan pecahan dengan prosedur konversi mencerminkan pemahaman yang baik tentang pecahan campuran dan pecahan

Discussion

Temuan penelitian secara empiris menghasilkan 3 bentuk pengetahuan konseptual dan 4 bentuk pengetahuan prosedural oleh siswa sekolah dasar dalam memecahkan masalah pecahan untuk mengukur pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan secara komprehensif. Adapun bentuk-bentuk pengetahuan konseptual tersebut diantaranya: membandingkan pecahan, menerapkan pecahan, dan memvisualisasikan pecahan. Sementara, bentuk-bentuk pengetahuan prosedural, diantaranya: menjelaskan prosedur, mengkonversi pecahan, menjumlahkan atau mengurangkan pecahan, menyederhanakan pecahan. Temuan ini serupa dengan Lenz et al. (2020) yang menyatakan setidaknya terdapat 7 aspek pengetahuan konseptual dan prosedural yang berkontribusi dalam memecahkan masalah pecahan. Sementara, Nahdi & Jatisunda (2020) memformulasikan 5 bentuk untuk mengukur pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan, diantaranya pengertian pecahan, perbandingan pecahan, konsep penjumlahan, pengurangan dan perkalian dengan pecahan, representasi dan aturan operasi.

Temuan lain dalam penelitian ini, bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural saling berkontribusi dan berhubungan secara holistik untuk digunakan memecahkan masalah pecahan. Hal ini berbeda dengan temuan Lenz et al. (2020) bahwa aspek pengetahuan konseptual dan prosedural

pecahan ditemukan secara terpisah sebagai faktor keberhasilan memecahkan masalah pecahan. Temuan peneliti ini didukung oleh Al-Mutawah et al. (2019) yang menyatakan bahwa pengetahuan konseptual dan prosedural berkorelatif positif dengan pemecahan masalah matematika. Nahdi & Jatisunda (2020) juga mengatakan bahwa siswa yang memiliki pengetahuan konseptual dan prosedural secara bersama (holistik) dapat mengembangkan pengetahuan yang baik dalam belajar matematika. Oleh karena itu, bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural memainkan peran penting terhadap kemampuan siswa dalam memecahkan masalah pecahan. Dalam hal ini, siswa yang memiliki bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan secara menyeluruh, cenderung berhasil menyelesaikan masalah secara fleksibel dan komprehensif.

Mengenai bagaimana bentuk-bentuk pengetahuan konseptual pecahan dapat berhasil. Keberhasilan bentuk membandingkan pecahan ditentukan oleh pengetahuan konsep dasar pecahan yaitu memahami bahwa pecahan merupakan satu bilangan tunggal bukan sebagai dua bilangan bulat yang terpisah. Braithwaite & Sprague (2021) menjelaskan apabila siswa memandang pecahan sebagai bilangan non-satuan, maka hal ini mencerminkan pondasi konseptual yang kuat. Sementara, keberhasilan bentuk menerapkan pecahan yang diamati berdasarkan representasi garis bilangan ditentukan oleh pengetahuan konsep kesetaraan pecahan. Secara mendetail, Hoon et al. (2021) mengungkapkan bahwa keberhasilan dalam mengaplikasikan pecahan pada garis bilangan ditentukan oleh: (1) menemukan interval dalam pecahan pada garis bilangan; (2) menerapkan konsep desimal dan

pertukaran dengan pecahan; (3) membandingkan nilai kesetaraan pecahan. Bentuk terakhir pengetahuan konseptual pecahan yaitu memvisualisasikan pecahan. Bentuk memvisualisasikan pecahan menunjukkan pengetahuan dasar pecahan siswa mengenai part to whole. Bennett et al. (2012) menjelaskan konsep part to whole harus dapat divisualisasikan oleh siswa sekolah dasar untuk mencerminkan pemahaman secara intuitif.

Di sisi lain, bagaimana bentuk-bentuk pengetahuan prosedural pecahan dapat berhasil. Pada bentuk menjelaskan prosedur, siswa mengilustrasikan prosedur yang terjadi, misal menggunakan bagan. Menurut Gembong (2020) bahwa sketsa digunakan siswa untuk sebagai bantuan untuk menghubungkan antar langkah-langkah pemecahan masalah pecahan. Pada aspek mengkonversi pecahan, siswa mengkonversi pecahan campuran ke penjumlahan pecahan atau pecahan desimal. Hal ini menurut Amir et al. (2021) menunjukkan siswa memiliki pemahaman relasional antar hubungan bentuk-bentuk pecahan terhadap operasi yang menghubungkannya. Pada aspek menjumlahkan atau mengurangkan pecahan, siswa menyamakan penyebut dengan mencari kelipatan persekutuan terkecil, lalu mengoperasikan pembilangnya. Gembong (2020) menjelaskan bahwa langkah sebagai prosedur pertama biasa diambil oleh siswa untuk mempermudah dalam mengoperasikan penjumlahan atau pengurangan pecahan adalah menyamakan penyebut dengan mencari kelipatan persekutuannya. Hwang et al. (2019) menyebut cara menyamakan penyebut semacam ini sebagai strategi dekomposisi. Bentuk terakhir pengetahuan prosedural adalah

menyederhanakan pecahan. Dalam hal ini siswa menyederhanakan pecahan campuran ke pecahan campuran lain yang lebih sederhana. Amir & Wardana (2018) menyatakan siswa yang berhasil mengubah pecahan campuran ke pecahan campuran lain yang lebih sederhana dikarenakan siswa mampu berpikir terbuka dan fleksibel.

Keberhasilan pembentukan pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan juga dapat dielaborasi lebih lanjut berdasarkan teori struktur mental APOS, yaitu action, process, object dan schema. Arnon et al. (2014) menjelaskan bahwa: dalam action, seseorang memberikan reaksi terhadap rangsangan eksternal. Dalam process, seseorang dapat mengulangi dan merefeksikan seluruh rangkaian mental yang telah dilakukan. Dalam object, seseorang menyadari bahwa tindakan-tindakan yang dilakukan merupakan bagian dari transformasi pengetahuan. Dalam schema, pengetahuan seseorang terbentuk dalam suatu kerangka kerja yang koheren untuk digunakan dalam situasi lainnya. Dengan kata lain, ketika siswa sekolah dasar pertama kali dihadapkan pada masalah pecahan, siswa memberikan aksi dengan mengaitkan pengetahuan konseptual dan prosedural mengenai pecahan yang dimiliki, lalu mencari strategi penyelesaiannya. Siswa mencoba menerapkan langkah-langkah strategi penyelesaian dengan menggunakan pengetahuan prosedural. Dalam hal ini, apabila masalah yang dihadapi membutuhkan pemahaman konsep (misalkan bentuk memvisualisasikan pecahan), maka siswa menggunakan pengetahuan konseptual. Siswa yang berhasil menyelesaikan tipe-tipe masalah pecahan yang berbeda menunjukkan siswa telah memiliki pengetahuan konseptual dan prosedural

yang fleksibel. Keseluruhan pengetahuan konseptual dan prosedural ini akan dimiliki siswa secara komprehensif, apabila siswa dapat menggunakan pengetahuannya pada masalah-masalah pecahan lain yang lebih bervariasi.

Implication of Research

Hasil penelitian ini memiliki implikasi penting dalam konteks pembelajaran matematika, khususnya dalam memahami dan mengatasi pecahan. Pendidik atau akademisi harus menekankan pembelajaran dengan mengintegrasikan bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural sehingga siswa diharapkan terhindar dari ketidakberhasilan dalam memecahkan masalah pecahan.

Limitation

Penelitian ini menganalisis bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan pada hanya beberapa siswa sekolah dasar pada jenjang yang berbeda. Dengan demikian, bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural pecahan yang telah ditemukan perlu untuk dijustifikasi lebih lanjut dengan melibatkan tempat penelitian lain atau partisipan yang lebih luar, sehingga mengarah kepada terbentuknya teori bentuk-bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural dalam memecahkan masalah pecahan yang bersifat grounded theory.

CONCLUSION

Siswa sekolah dasar memiliki tujuh bentuk pengetahuan konseptual dan prosedural dalam memecahkan pecahan, yaitu membandingkan pecahan, menerapkan pecahan, memvisualisasikan pecahan, menjelaskan procedure, mengkonversi

pecahan, menjumlahkan atau mengurangkan pecahan, dan menyederhanakan pecahan. Hasil ini menekankan pentingnya integrasi holistik antara pengetahuan konseptual dan prosedural sebagai faktor krusial dalam keberhasilan memecahkan masalah pecahan. Secara keseluruhan, integrasi holistik antara pengetahuan konseptual dan prosedural menjadi kunci esensial untuk keberhasilan siswa sekolah dasar atau siswa pada umumnya yang terkait dalam memecahkan pecahan.

REFERENCES

- Abbas, N. A., Abdullah, N. A., Shahrill, M., & Tengah, K. A. (2022). *Primary school pupils' performance on the addition of fractions: Conceptual and procedural knowledge*. 16(2), 227–238.
<https://doi.org/10.22342/jpm.16.2.17811.227-238>
- Al-Mutawah, M. A., Thomas, R., Eid, A., Mahmoud, E. Y., & Fateel, M. J. (2019). Conceptual understanding, procedural knowledge and problem-solving skills in mathematics: High school graduates work analysis and standpoints. *International Journal of Education and Practice*, 7(3), 258–273.
<https://doi.org/10.18488/journal.61.2019.73-258.273>
- Amir, M. F., & Wardana, M. D. K. (2018). Pengembangan domino pecahan berbasis open ended untuk meningkatkan kemampuan berpikir kreatif siswa SD. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 6(2), 178.
<https://doi.org/http://dx.doi.org/10.24127/ajpm.v6i2.1015>
- Amir, M. F., Wardana, M. D. K., & Usfuriah, D. (2021). Visual and symbolic representation forming: a Case of relational understanding on elementary student. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(4), 2014.
<https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i4.4361>
- Arnon, I., Cottrill, J., & Dubinsky, E. (2014). *APOS Theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. New York, NY: SpringerLink.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6>

- Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. R. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. In *Source: Journal for Research in Mathematics Education* (Vol. 38, Issue 2). <https://doi.org/https://doi.org/10.2307/30034952>
- Bennett, A. B., Button, L. J., & Nelson, L. T. (2012). *Mathematics for elementary teachers: A conceptual approach, ninth edition.*
- Braithwaite, D. W., & Sprague, L. (2021). Conceptual knowledge, procedural knowledge, and metacognition in routine and nonroutine problem solving. *Cognitive Science*, 45(10). <https://doi.org/10.1111/cogs.13048>
- Canobi, K. H. (2009). Concept-procedure interactions in children's addition and subtraction. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102(2), 131–149. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.07.008>
- Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research, fourth edition.* Boston, MA: Pearson Education.
- Deringol, Y. (2019). Misconceptions of primary school students about the subject of fractions. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 8(1), 29–38. <https://doi.org/10.11591/ijere.v8i1.16290>
- Dogan-Coskun, S. (2019). The analysis of the problems posed by pre-service elementary teachers for the addition of fractions. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1517–1532. <https://doi.org/10.29333/iji.2019.12197a>
- Durkin, K., & Rittle-Johnson, B. (2015). Diagnosing misconceptions: Revealing changing decimal fraction knowledge. *Learning and Instruction*, 37, 21–29. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.08.003>
- Fauzi, I., & Suryadi, D. (2020). Learning obstacle the addition and subtraction of fraction in grade 5 elementary schools. In *Jurnal Kajian Pendidikan Islam* (Vol. 12, Issue 1). <https://doi.org/https://doi.org/10.18326/mdrv12i1.50-67>
- Flores, M. M., Hinton, V. M., & Meyer, J. M. (2020). Teaching fraction concepts using the concrete-representational-abstract sequence. *Remedial and Special Education*, 41(3), 165–175. <https://doi.org/10.1177/0741932518795477>
- Gembong, S. (2020). The scheme construction to solve the adding fractions problems using images conducted by elementary students. *Journal of Physics: Conference Series*, 1567(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1567/4/042030>
- Hoon, T. S., Narayanan, G., & Singh, P. (2021). Applying fractional strategies on number line among primary school students. *Pertanika Journal of Social Sciences and Humanities*, 29(1), 127–139. <https://doi.org/10.47836/PJSSH.29.1.07>
- Hurrell, D. (2021). Conceptual knowledge or procedural knowledge or conceptual knowledge and procedural knowledge: Why the conjunction is important to teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 46(2), 57–71. <https://doi.org/10.14221/ajte.2021v46n2.4>
- Hussein, Y. F. (2022). Conceptual knowlegde and its importance in teaching mathematics. *Middle Eastern Journal of Research in Education and Social Sciences*, 3(1), 50–65. doi: <https://doi.org/10.47631/mejress.v3i1.445>
- Hwang, J., Riccomini, P. J., Hwang, S. Y., & Morano, S. (2019). A systematic analysis of experimental studies targeting fractions for students with mathematics difficulties. *Learning Disabilities Research and Practice*, 34(1), 47–61. <https://doi.org/10.1111/lrdp.12187>
- Idrus, H., Rahim, S. S. A., & Zulnaidi, H. (2022). Conceptual knowledge in area measurement for primary school students: A systematic review. *STEM Education*, 2(1), 47–58. <https://doi.org/10.3934/steme.2022003>
- Karamarkovich, S. M., & Rutherford, T. (2019). Fraction errors in a digital mathematics environment: Latent class and transition analysis. *Journal of Numerical Cognition*, 5(2), 158–188. <https://doi.org/10.5964/jnc.v5i2.150>
- Karika, T., & Csikos, C. (2022). A test for understanding simple fractions among 5th grade students at the beginning of lower secondary education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(2), 1–14. <https://doi.org/10.29333/EJMSTE/11654>
- Laindin, D. R., & Tengah, K. A. (2021). Applying butterfly method in the learning of addition and subtraction of fractions. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2), 161–174. <https://doi.org/10.22342/jpm.15.2.13934.161-174>
- Laily, N. I., Sunardi, Yuliati, N., Imamah, E. N., & Sari, M. P. (2020). The profile of students

- conceptual understanding and procedural knowledge in solving geometry problems based on van Hiele levels. *Journal of Physics: Conference Series*, 1538(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1538/1/012080>
- Lenz, K., Dreher, A., Holzapfel, L., & Wittmann, G. (2020). Are conceptual knowledge and procedural knowledge empirically separable? The case of fractions. *British Journal of Educational Psychology*, 90(3), 809–829. <https://doi.org/10.1111/bjep.12333>
- Manandhar, N. K., Pant, B. P., & Dawadi, S. D. (2022). Conceptual and procedural knowledge of students of Nepal in algebra: A mixed method study. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 3(1), ep22005. <https://doi.org/10.30935/conmaths/11723>
- Maulina, R., Zubainur, C. M., & Bahrun. (2020). Conceptual and procedural knowledge of junior high school students through realistic mathematics education (RME) approach. *Journal of Physics: Conference Series*, 1460(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1460/1/012017>
- Morano, S., & Riccomini, P. J. (2020). Demonstrating conceptual understanding of fraction arithmetic: An analysis of pre-service special and general educators' visual representations. *Teacher Education and Special Education*, 43(4), 314–331. <https://doi.org/10.1177/0888406419880540>
- Nahdi, & Jatisunda. (2020). Conceptual understanding and procedural knowledge: A case study on learning mathematics of fractional material in elementary school. *Journal of Physics: Conference Series*, 1477(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1477/4/042037>
- Phuong, H. T. M. (2020). Measuring conceptual understanding, procedural fluency and integrating procedural and conceptual knowledge in mathematical problem solving. *International Journal of Scientific Research and Management*, 8(05), 1334–1350. <https://doi.org/10.18535/ijjsrm/v8i05.e02>
- Pirie, S., & Kieren, T. (1989). A recursive theory of mathematical understanding. In *For the Learning of Mathematics* (Vol. 9, Issue 3, pp. 7–11). Montreal, Canada: FLM Publishing Association.
- Rittle-Johnson, B. (2017). Developing mathematics knowledge. *Child Development Perspectives*, 11(3), 184–190. <https://doi.org/10.1111/cdep.12229>
- Rittle-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J. R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educational Psychology Review*, 27(4), 587–597. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x>
- Saban, W., Raz, G., Grabner, R. H., Gabay, S., & Kadosh, R. C. (2021). Primitive visual channels have a causal role in cognitive transfer. *Scientific Reports*, 11(1), 1–9. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-88271-y>
- Simon, M. A. (2019). *Developing a concept of multiplication of fractions: Building on constructivist and sociocultural theory*. 193–212. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_9
- Simon, M. A., Placa, N., Avitzur, A., & Kara, M. (2018). Promoting a concept of fraction-as-measure: A study of the learning through activity research program. *Journal of Mathematical Behavior*, 52(February), 122–133. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.004>
- Star, J. R., & Stylianides, G. J. (2013). Procedural and conceptual knowledge: exploring the gap between knowledge type and knowledge quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 13(2), 169–181. <https://doi.org/10.1080/14926156.2013.784828>
- Tesfaye, A., Arefayne, N., Micael, K., Education, M., & Education, M. (2020). Early grade children procedural and conceptual knowledge in number pattern concept at Halaba. *Developing Country Studies*, 10(12), 1–8. <https://doi.org/10.7176/dcs/10-12-01>
- Wiest, L. R., & Amankonah, F. O. (2021). Conceptual versus procedural approaches to ordering fractions. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 7(1), 61–72. <https://doi.org/10.30935/scimath/9534>
- Zhang, L., Shang, J., Pelton, T., & Pelton, L. F. (2020). Supporting primary students' learning of fraction conceptual knowledge through digital games. *Journal of Computer Assisted Learning*, 36(4), 540–548. <https://doi.org/10.1111/jcal.12422>