

# Optimization of Paper Machine Maintenance Costs With Markov Chain Strategy

## [Optimasi Biaya Perawatan *Paper Machine* dengan Strategi Markov Chain]

Dikril Ilham Syaifullah<sup>1)</sup>, Tedjo Sukmono<sup>\*2)</sup>

<sup>1)</sup>Program Studi Teknik Industri, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

<sup>2)</sup>Program Studi Teknik Industri, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

\*Email Penulis Korespondensi: thedjoss@umsida.ac.id

**Abstract.** *At a paper company in Pasuruan, the manufacture of this product requires machines and equipment to be in good condition and speed up the production process. The main machine in this company is the Paper Machine. The problem with this company is that engine maintenance is often neglected, which affects maintenance costs. The cost of treatment at this company is very high, exceeding 20% of the standard, which is equivalent to 350 million Rupiah. The purpose of this research is to determine the optimum paper machine maintenance costs. In order to achieve this goal, the markov chain method is used, namely with perfect enumeration in order to reduce maintenance costs. The results of this study obtained 8 machine conditions on a paper machine with an optimum cost of 237.921 million Rupiah in the 168th stationary policy, namely overhaul if the system is in state 1,2,3,5 and 6. The company can save maintenance costs of 112.079 million Rupiah or about 32%*

**Keywords -** *Machine maintenance; markov chain; perfect enumeration; paper machine; optimum cost*

**Abstrak.** *Pada perusahaan kertas di Pasuruan, pembuatan produk ini membutuhkan mesin dan peralatan dalam kondisi baik dan mempercepat proses produksi. Mesin utama pada perusahaan ini yaitu Paper Machine. Permasalahan pada perusahaan ini adalah perawatan mesin yang sering diabaikan sehingga mempengaruhi biaya perawatan. Biaya perawatan pada perusahaan ini sangat tinggi melebihi 20% dari standar, yang setara dengan 350 juta Rupiah. Tujuan penelitian ini yaitu untuk menentukan biaya perawatan paper machine yang optimum. Agar dapat mendapatkan tujuan tersebut digunakan metode markov chain yaitu dengan enumerasi sempurna supaya dapat mengurangi biaya perawatan. Hasil dari penelitian ini didapatkan 8 kondisi mesin pada paper machine dengan biaya yang optimum yaitu sebesar 237,921 juta Rupiah pada stationary policy ke 168 yaitu overhaul jika sistem pada state ke 1,2,3,5 dan 6. Perusahaan dapat menghemat biaya perawatan sebesar 112,079 juta Rupiah atau sekitar 32%.*

**Kata Kunci -** *Perawatan mesin; markov chain; enumerasi sempurna; paper machine; biaya optimum*

## I. PENDAHULUAN

Industri adalah kegiatan ekonomi mengolah bahan baku menjadi barang kualitas tinggi dalam penggunaan. Untuk mengerjakannya produksi di pabrik tempat bahan baku diolah menjadi barang berharga bagi konsumen. Industri sangat penting di Indonesia dalam komponen ekonomi [1]. Dengan meningkatnya kebutuhan akan produktivitas dan penggunaan teknologi tinggi berupa mesin dan fasilitas produksi, maka kebutuhan akan fungsi perawatan pun semakin meningkat [2]. Perusahaan sangat memerlukan bantuan mesin pada proses produksinya. Sehingga peran mesin sangatlah penting dalam dunia industri. Untuk menjaga mesin tersebut dapat digunakan dengan sebaik mungkin dibutuhkan kegiatan pemeliharaan mesin yang kontinyu. [3]

Penggunaan terus menerus dari mesin akan mempengaruhi penurunan kualitas dan kinerja mesin, dan jika ada rusak, akan menimbulkan kerugian. Kerusakan mesin akan menghambat proses produksi, jadi produktivitas perusahaan akan menurun. Di dalam Selain itu, kerusakan mesin pabrik juga akan terjadi menimbulkan biaya *maintenance* [4]. Perawatan (*maintenance*) merupakan metode yang digunakan untuk menjaga dan memelihara mesin dari gangguan dan kerusakan dari kondisi yang tak menentu [5]. *Maintenance* atau perawatan adalah kombinasi dari berbagai tindakan yang dilakukan untuk melayani atau memperbaiki suatu produk hingga berada dalam kondisi yang dapat diterima [6]. perawatan bertujuan untuk memelihara kondisi mesin dan juga mengembalikan kondisi mesin agar setelah beberapa waktu mesin dapat kembali seperti semula [7]. Sistem perawatan memegang peranan penting dalam perusahaan. Tanpa sistem perawatan yang baik, perusahaan mengalami kerugian besar seperti mesin rusak, jumlah produk cacat bertambah dan kerugian material akibat

seringnya penggantian komponen mesin. Tujuan perawatan secara umum tujuan utama perawatan adalah sebagai berikut. Memastikan tersedianya peralatan yang tepat secara optimal untuk menjalankan operasi produksi yang direncanakan dan proses produksi dapat mencapai pengembalian investasi yang sebaik mungkin. Memperpanjang umur produktif mesin di tempat kerja, gedung dan segala isinya. Memastikan ketersediaan semua peralatan yang dibutuhkan dalam keadaan darurat. Memastikan keamanan semua yang menggunakan dan mengakses fasilitas ini [8]. Sistem perawatan memegang peranan penting dalam perusahaan. Tanpa sistem perawatan yang baik, perusahaan mengalami kerugian besar seperti mesin rusak, jumlah produk cacat bertambah dan kerugian material akibat seringnya penggantian komponen mesin.

Terdapat 2 jenis yaitu perawatan *preventif*, kegiatan terencana, teratur dan terjadwal untuk menjaga agar mesin tetap berjalan melalui prosedur pemeriksaan dan perawatan rutin [7]. Perawatan *preventif* dilakukan secara proaktif, yang didefinisikan sebagai serangkaian tindakan untuk mengantisipasi kondisi suatu aset dan memutuskan untuk melakukan tindakan perawatan pada waktu terbaik yang optimal untuk meningkatkan keandalan dan ketersediaan aset [9]. Kedua, perawatan korektif adalah kegiatan perawatan yang dilakukan setelah komponen mengalami kerusakan [10]. Perawatan korektif juga merupakan perawatan yang dilakukan secara berulang atau perawatan yang dilakukan untuk memperbaiki suatu bagian (termasuk penyetelan dan reparasi) yang telah terhenti untuk memenuhi suatu kondisi yang bisa diterima.[11]

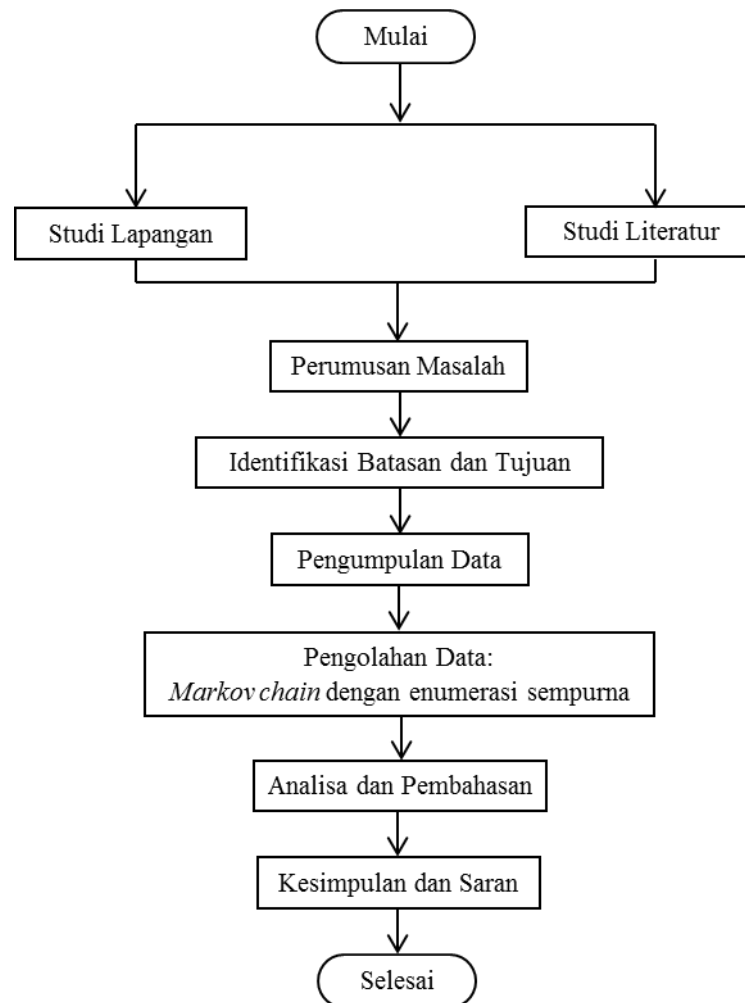
Pada perusahaan kertas di Pasuruan, pembuatan produk ini membutuhkan mesin dan peralatan dalam kondisi baik dan mempercepat proses produksi. Mesin utama pada perusahaan ini yaitu *Paper Machine*. *Paper Machine* adalah mesin utama yang digunakan untuk membuat gulungan kertas halus dalam bentuk gulungan [12]. *Paper Machine* juga merupakan mesin yang memproduksi kertas jenis KLB (*Kraft Liner Board*) [13].

Permasalahan pada perusahaan ini adalah perawatan mesin yang sering diabaikan sehingga mempengaruhi biaya perawatan. Kondisi mesin pada penelitian ini berdasarkan pada kondisi nyata pada saat mesin beroperasi. Biaya perawatan pada perusahaan ini sangat tinggi melebihi 20% dari standar, yang setara dengan 350 juta Rupiah. Tujuan penelitian ini yaitu untuk menentukan biaya perawatan *paper machine* yang optimum. Oleh karena itu, metode *markov chain* dipilih untuk mengatasi permasalahan tersebut yaitu masalah pengurangan biaya perawatan dengan merencanakan prosedur perawatan mesin yang teratur, sehingga efisiensi dapat ditingkatkan dengan mengurangi kerusakan mesin produksi [4].

Rantai Markov (*Markov chain*) adalah metode untuk mempelajari sifat-sifat variabel saat ini sesuai dengan sifat-sifat variabel masa lalu untuk memprediksi sifat-sifat variabel tersebut di masa depan [15]. Rantai markov juga disebut serangkaian proses peristiwa di mana probabilitas bersyarat dari peristiwa masa depan bergantung pada peristiwa saat ini [16]. Rantai Markov memiliki properti khusus yang dapat berhubungan dengan bagaimana suatu proses akan berkembang di masa depan, hanya bergantung pada keadaan proses saat ini dan dengan demikian terlepas dari peristiwa masa lalu. Banyak proses yang sesuai dengan deskripsi ini, menjadikan rantai Markov jenis model probabilistik yang sangat penting [17]. Di dalam manajemen perawatan mesin, Markov Chain dapat digunakan sebagai suatu metode untuk menganalisa kemungkinan transisi status mesin dari kondisi baik, rusak ringan, rusak sedang, sampai dengan rusak berat dimasa mendatang. [18]Kelebihan metode *markov chain* ini bisa memprediksi atau meramalkan kapan mesin itu harus melakukan perbaikan atau tidak dengan menentukan perpindahan pola dari mesin tersebut, perpindahan pola biasanya tersedia dalam wujud matriks dan enumerasi sempurna untuk mengetahui biaya optimum yang harus dikeluarkan oleh perusahaan. [14].

## II. METODE

Penelitian ini dilakukan di perusahaan kertas di daerah Pasuruan, untuk pengambilan datanya dilakukan pada bulan Juni sampai bulan Juli. Metode penelitian ini didasarkan pada analisis data yang diperoleh dari dokumen perusahaan serta studi pustaka terkait. Data tersebut mencakup informasi tentang biaya perawatan dan kondisi mesin selama periode satu tahun, mulai dari Januari 2022 hingga Desember 2022. Data ini dikumpulkan melalui pencatatan rutin dan disimpan dalam bentuk arsip perusahaan. Dalam penelitian ini, menggunakan metode *markov chain* dengan pendekatan enumerasi sempurna digunakan untuk menganalisis data tersebut dan mengidentifikasi biaya perawatan yang optimum. Tahapan-tahapan penelitian dijelaskan dengan diagram alir sesuai gambar 1.



**Gambar 1.** Diagram Alir

### 1. Kondisi Mesin

Kondisi mesin sebelumnya dikelompokkan berdasarkan status mesin. Keadaan yang relevan adalah tingkat kesiapan mesin dalam menjalankan tugas yang sebagaimana mestinya. [7] Dalam menghitung nilai probabilitas transisi, mesin dikelompokkan menurut keadaan kerusakan yang ada di perusahaan pada tabel 1.

**Tabel 1.** Kondisi Mesin Perusahaan

Status	Keterangan
1	Kondisi Baik
2	Kondisi Sedikit Baik
3	Kondisi Gangguan Ringan
4	Kondisi Gangguan Sedang
5	Kondisi Gangguan Tinggi
6	Kondisi Rusak Ringan
7	Kondisi Rusak Sedang
8	Kondisi Rusak Berat

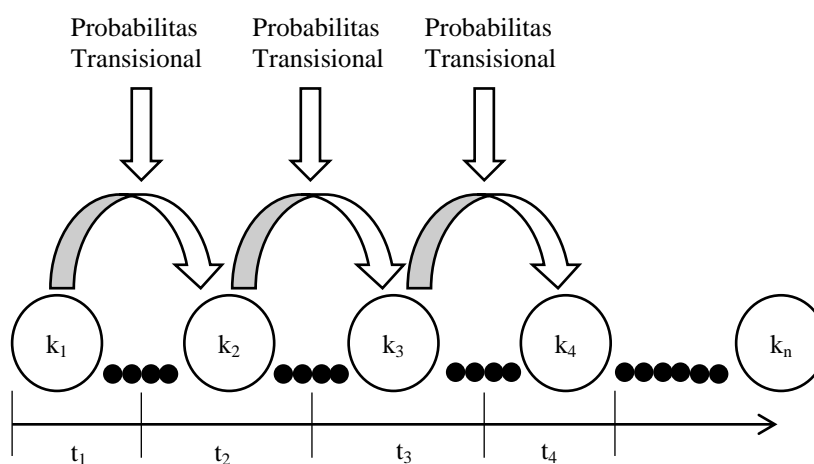
Sumber: Data Perusahaan

Mesin yang digunakan dalam penelitian ini adalah mesin kertas yang mengalami perubahan kondisi pada saat mesin beroperasi. Dengan keterangan sebagai berikut: (a) Kondisi baik. Dimana mesin dapat digunakan untuk beroperasi dengan ketentuan yang disetujui seperti keadaan masih baik (*Reliability* > 90%). (b) Kondisi sedikit baik. Dimana mesin dapat digunakan untuk beroperasi dengan ketentuan yang disetujui meskipun keadaan masih sedikit baik (*Reliability* > 81% - 90%). (c) Kondisi gangguan ringan. Dimana mesin dapat beroperasi dengan baik, namun terkadang terjadi gangguan ringan yang dapat menggagalkan sistem (*Reliability* > 71% - 80%). (d) Kondisi

gangguan sedang. Dimana mesin dapat beroperasi dengan sedikit baik, namun terkadang terjadi gangguan sedang yang dapat menggagalkan sistem (*Reliability* > 61% - 70%). (e) Kondisi gangguan tinggi. Dimana mesin dapat beroperasi dengan keadaan tidak baik yang dapat menggagalkan sistem (*Reliability* > 51% - 60%). (f) Kondisi rusak ringan. Dimana mesin dapat dipergunakan untuk beroperasi akan tetapi proses produksi terhenti beberapa jam (*Reliability* > 41% - 50%). (g) Kondisi rusak sedang. Dimana mesin dapat dipergunakan untuk beroperasi akan tetapi proses produksi terhenti beberapa hari (*Reliability* > 31% - 40%). (h) Kondisi rusak berat. Dimana mesin tidak dapat dipergunakan untuk beroperasi sehingga proses produksi terhenti keseluruhan (*Reliability* > 30%).

## 2. Markov Chain

Untuk setiap waktu  $t$ , ketika kejadian adalah  $K_t$  dan seluruh sebelumnya adalah  $K_{t(j)}, \dots, K_{t(j-n)}$  yang terjadi dari proses yang diketahui. Probabilitas seluruh kejadian yang akan datang  $K_{t(j)}$  hanya tergantung pada kejadian  $K_{t(j-1)}$  dan tidak tergantung kepada kejadian-kejadian sebelumnya yaitu  $K_{t(j-2)}, K_{t(j-3)}, \dots, K_{t(j-n)}$  menurut temuan dari Andrei Andreyevich Markov[19]. Kejadian dalam rantai Markov dapat dilihat pada gambar 2.



Gambar 2. Kejadian Dalam Rantai Markov

Pada gambar 2 Jika pergerakan beberapa variabel di masa depan dapat diprediksi berdasarkan pergerakan masa lalu dari variabel tersebut, maka  $K_{t4}$  akan dipengaruhi oleh kejadian  $K_{t3}$ ,  $K_{t3}$  akan dipengaruhi oleh kejadian  $K_{t2}$ , dan seterusnya jika perubahan ini terjadi karena peran dari probabilitas transisi. Misalnya, peristiwa  $K_{t2}$  tidak memengaruhi peristiwa  $K_{t4}$ . Karena sifat rantainya, teori ini juga dikenal sebagai rantai Markov. Oleh karena itu, rantai Markov menjelaskan pergerakan beberapa variabel pada titik waktu tertentu di masa depan berdasarkan pergerakan variabel tersebut di masa sekarang [19]. Secara matematik, dapat ditulis.

$$K_{t(j)} = P \times K_{t(j-1)} \quad (1)$$

Dimana:

$K_{t(j)}$  = Peluang kejadian  $t(j)$

$P$  = Probabilitas transisional

$t(j)$  = Waktu ke- $j$

Dinamika dari variabel-variabel yang diamati yang mempengaruhi setiap peristiwa dari proses Markov direpresentasikan dalam matriks yang dikenal sebagai probabilitas transisi, dengan dimensi  $m \times n$ . Dalam hal ini,  $a_{ij}$  mencerminkan probabilitas melewati peristiwa dari keadaan  $i$  ke keadaan  $j$  atau perubahan dari  $j$ . nyatakan  $i$ , tergantung urutan prioritas dari  $i$  ke  $j$  ke atau sebaliknya. Tentu saja, penempatan ini memiliki konsekuensi terhadap fungsi matriks [19].

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{m1} & \cdot & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Jika vektor berdimensi  $(1 \times m)$  dikalikan dengan matriks berdimensi  $(m \times n)$ , perkalian tersebut menghasilkan vektor berdimensi  $(1 \times n)$ . Sebaliknya, jika matriks dimensi  $(m \times n)$  dikalikan dengan vektor dimensi  $(n \times 1)$ , perkalian tersebut menghasilkan vektor dimensi  $(m \times 1)$ . Dimensi vektor ini tentunya harus mengikuti aturan operasi matriks seperti yang dijelaskan pada sumber dan penempatan nada. [19]

$$[a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n}] \times \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{m1} & \cdot & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = [a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n}]$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{m1} & \cdot & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} \end{bmatrix}$$

### 3. Enumerasi Sempurna

Metode enumerasi sempurna, metode enumerasi sempurna yang mengenumerasi semua *stationary policy*, sampai diperoleh solusi optimumnya.[7] Pada keputusan mempunyai sebuah *S Stationary Policy*, bahwa nilai P dan R adalah matriks transisi dan matriks pendapatan yang berkaitan dengan *policy* ke- k, dengan  $S = 1,2,3,\dots, S$ . Langkah pertama menghitung nilai  $V_i^s$ , yaitu ekspektasi biaya perawatan satu langkah (satu periode) dari *policy* s, pada state  $i = 1,2,3,\dots,m$  [14] [20].

Kedua, menghitung nilai  $\pi_i^s$  yaitu probabilitas *stationary* jangka panjang dari matriks transisi  $P^s$  yang berkaitan *policy* s dihitung dengan menggunakan persamaan: [20]

$$\pi_i^s P^s = \pi^s \quad (2)$$

$$\pi_1^s + \pi_2^s + \dots + \pi_m^s = 1 \quad (3)$$

Di mana

$$\pi^s = (\pi_1^s, \pi_2^s, \dots, \pi_m^s) \quad (4)$$

Ketiga menentukan nilai  $E^s$ , yaitu ekspektasi biaya perawatan dari *policy* s untuk setiap langkah transisi (periode) dengan menggunakan persamaan: [20]

$$E^s = \sum_{i=1}^m \pi_i^s V_i^s \quad (5)$$

## III. HASIL DAN PEMBAHASAN

### A. Data Jumlah Kondisi Mesin

Didapatkan jumlah kondisi mesin perusahaan yang digunakan dalam menyusun matriks transisi dengan 8 kondisi mesin seperti tabel 2.

Tabel 2. Jumlah Kondisi Mesin

Bulan	Kondisi Mesin							
	Baik	Sedikit baik	Gangguan Ringan	Gangguan Sedang	Gangguan Tinggi	Rusak Ringan	Rusak Sedang	Rusak Berat
Januari	3	0	1	1	1	1	0	0
Februari	0	1	0	1	2	2	0	1
Maret	3	2	1	0	1	0	0	0
April	1	2	2	1	0	0	1	0
Mei	1	1	2	0	0	3	0	0
Juni	2	3	0	1	0	0	0	1
Juli	1	1	2	1	1	0	1	0
Agustus	3	0	1	0	1	1	0	1
September	1	2	3	0	0	1	0	0
Oktober	1	1	1	1	2	0	1	0
November	0	0	1	4	0	1	1	0
Desember	4	1	0	1	1	0	0	0
Jumlah	20	14	14	11	9	9	4	3

Sumber: Data Perusahaan

Tabel 2 merupakan jumlah kondisi mesin yang terjadi di perusahaan. Selanjutnya yaitu menyusun matriks probabilitas transisi sesuai dengan data jumlah kondisi mesin.

## B. Menyusun Matriks Transisi

Selanjutnya menyusun matriks probabilitas transisi sesuai dengan jumlah kondisi mesin seperti tabel 3.

**Tabel 3.** Transisi Status Mesin

State Awal	State Akhir							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	2	3	3	2	3	3	2
2	0	2	2	1	3	2	3	1
3	0	0	2	2	5	1	2	2
4	0	0	0	1	3	2	2	3
5	0	0	0	0	2	2	2	3
6	0	0	0	0	0	2	3	4
7	0	0	0	0	0	0	3	1
8	0	0	0	0	0	0	0	3

Tabel 3 merupakan transisi status mesin dari kondisi mesin yang terjadi di perusahaan, kemudian dapat dilakukan matriks transisi sebagai berikut:

$$P^0 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0,143 & 0,143 & 0,071 & 0,214 & 0,143 & 0,214 & 0,071 \\ 0 & 0 & 0,143 & 0,143 & 0,357 & 0,071 & 0,143 & 0,143 \\ 0 & 0 & 0 & 0,091 & 0,273 & 0,182 & 0,182 & 0,273 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,222 & 0,222 & 0,222 & 0,333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,222 & 0,333 & 0,444 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,75 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## C. Menentukan Stationary Policy

Diketahui kondisi *paper machine* mesin pada perusahaan terdapat 8 kondisi sehingga ada 256 *stationary policy* seperti tabel 4.

**Tabel 4.** Stationary Policy

Stationary Policy	Keterangan
0	Tidak ada <i>overhaul</i> sama sekali
1	<i>Overhaul</i> tanpa memperhatikan <i>state</i>
2	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1
3	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 2
4	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 3
...	...
164	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,2,3,4 dan 5
165	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,2,3,4 dan 6
166	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,2,3,4 dan 7
167	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,2,3,4 dan 8
168	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,2,3,5 dan 6
...	...
251	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,2,3,4,6,7 dan 8
252	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,2,3,5,6,7 dan 8
253	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,2,4,5,6,7 dan 8
254	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 1,3,4,5,6,7 dan 8
255	<i>Overhaul</i> jika sistem dalam <i>state</i> 2,3,4,5,6,7 dan 8

Sumber: [20]

## D. Menentukan Nilai $V_i^s$

Perhitungan  $V_i^s$  pada penelitian ini merupakan perkalian antara probabilitas pada *state* ke-i dengan biaya perawatan pada *state* ke-i.  $P^0$  didapatkan dari matriks probabilitas transisi, sedangkan  $P^1$  didapatkan dari hasil perubahan semua *state* yang didapatkan dari data perusahaan. R merupakan biaya perawatan mesin yang diperoleh dari perusahaan. Perubahan  $P^s$  dan  $R^s$ , dengan  $s = 3,4,5, \dots$ , dst disesuaikan dengan tindakan keadaan *stationary policy* s.

$$P^0 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,1 \\ 0 & 0,143 & 0,143 & 0,071 & 0,214 & 0,143 & 0,214 & 0,071 \\ 0 & 0 & 0,143 & 0,143 & 0,357 & 0,071 & 0,143 & 0,143 \\ 0 & 0 & 0 & 0,091 & 0,273 & 0,182 & 0,182 & 0,273 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,222 & 0,222 & 0,222 & 0,333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,222 & 0,333 & 0,444 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,75 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R^0 = \begin{bmatrix} 198 & 169 & 140 & 111 & 88 & 80 & 74 & 65 \\ 0 & 221 & 203 & 167 & 140 & 112 & 103 & 98 \\ 0 & 0 & 324 & 298 & 233 & 196 & 162 & 138 \\ 0 & 0 & 0 & 265 & 212 & 189 & 171 & 124 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 356 & 312 & 264 & 199 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 318 & 271 & 221 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 282 & 212 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 350 \end{bmatrix}$$

$$P^1 = \begin{bmatrix} 0,320 & 0,226 & 0,11 & 0,089 & 0,065 & 0,092 & 0,032 & 0,066 \\ 0,223 & 0,29 & 0,123 & 0,12 & 0,098 & 0,077 & 0,045 & 0,024 \\ 0,156 & 0,177 & 0,198 & 0,098 & 0,12 & 0,068 & 0,094 & 0,089 \\ 0,052 & 0,064 & 0,071 & 0,148 & 0,175 & 0,15 & 0,142 & 0,198 \\ 0,076 & 0,099 & 0,108 & 0,112 & 0,202 & 0,160 & 0,132 & 0,111 \\ 0,022 & 0,033 & 0,065 & 0,103 & 0,121 & 0,186 & 0,211 & 0,259 \\ 0,011 & 0,012 & 0,021 & 0,038 & 0,034 & 0,198 & 0,432 & 0,154 \\ 0,009 & 0,017 & 0,054 & 0,077 & 0,082 & 0,088 & 0,108 & 0,565 \end{bmatrix},$$

$$R^1 = \begin{bmatrix} 263 & 217 & 195 & 154 & 132 & 116 & 98 & 86 \\ 299 & 254 & 213 & 176 & 154 & 132 & 127 & 109 \\ 376 & 345 & 328 & 281 & 264 & 211 & 185 & 152 \\ 333 & 288 & 279 & 267 & 236 & 197 & 161 & 134 \\ 399 & 381 & 368 & 361 & 359 & 331 & 278 & 231 \\ 387 & 371 & 353 & 342 & 335 & 329 & 296 & 224 \\ 425 & 401 & 387 & 361 & 345 & 312 & 297 & 243 \\ 431 & 410 & 385 & 343 & 321 & 308 & 284 & 259 \end{bmatrix}$$

Hasil  $V_i^S$  didapatkan seperti pada tabel 5.

**Tabel 5.** Nilai  $V_i^S$

S	$V_i^S$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	112,750	147,571	228,929	181,182	273,444	259,222	264,5	350
1	196,422	221,243	288,961	215,317	336,034	301,129	305,064	288,483
2	196,422	147,571	228,929	181,182	273,444	259,222	264,5	350
3	112,750	221,243	228,929	181,182	273,444	259,222	264,5	350
4	112,750	147,571	288,961	181,182	273,444	259,222	264,5	350
...	...	...	...	...	...	...	...	...
164	196,422	221,243	288,961	215,317	336,034	259,222	264,5	350
165	196,422	221,243	288,961	215,317	273,444	301,129	264,5	350
166	196,422	221,243	288,961	215,317	273,444	259,222	305,064	350
167	196,422	221,243	288,961	215,317	273,444	259,222	264,5	288,483
168	196,422	221,243	288,961	181,182	336,034	301,129	264,5	350
...	...	...	...	...	...	...	...	...

251	196,422	221,243	288,961	215,317	273,444	301,129	305,064	288,483
252	196,422	221,243	288,961	181,182	336,034	301,129	305,064	288,483
253	196,422	221,243	228,929	215,317	336,034	301,129	305,064	288,483
254	196,422	147,571	288,961	215,317	336,034	301,129	305,064	288,483
255	112,75	221,243	288,961	215,317	336,034	301,129	305,064	288,483

Tabel 5 merupakan hasil dari nilai  $V_i^S$  didapat dari perkalian antara matriks P dan R sebagai contoh pada *stationary* ke 0 untuk  $V_i^S$  dapat dihitung:

$$(0,1 \times 198) + (0,1 \times 169) + (0,15 \times 140) + (0,15 \times 111) + (0,1 \times 88) + (0,15 \times 80) + (0,15 \times 74) + (0,1 \times 65) = 112,750.$$

Begitu juga untuk nilai yang lainnya, sehingga nilai  $V_i^S$  dapat ditulis seperti pada tabel 3.

### E. Menentukan Nilai $\pi_i^S$

Nilai  $\pi_i^S$  didapatkan dari matriks  $P^S$  yang berkaitan dengan *stationary policy* dihitung dengan persamaan 2, 3 dan 4. Maka nilai  $\pi_i^S$  seperti pada tabel 6.

**Tabel 6.** Nilai  $\pi_i^S$

S	$\pi_i^S$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0,077	0,084	0,08	0,091	0,122	0,132	0,171	0,244
2	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...
164	0	0	0	0	0	0	0	1
165	0	0	0	0	0	0	0	1
166	0	0	0	0	0	0	0	1
167	0,027	0,03	0,037	0,044	0,06	0,076	0,361	0,365
168	0,247	0,253	0,185	0,156	0,217	0,181	-0,155	-0,098
...	...	...	...	...	...	...	...	...
251	0,056	0,061	0,063	0,076	0,127	0,119	0,195	0,304
252	0,065	0,072	0,071	0,085	0,131	0,137	0,179	0,26
253	0,054	0,061	0,072	0,093	0,143	0,136	0,182	0,259
254	0,05	0,064	0,077	0,086	0,132	0,14	0,193	0,258
255	0,055	0,069	0,079	0,093	0,126	0,138	0,186	0,255

Tabel 6 merupakan hasil dari nilai  $\pi_i^S$  didapatkan dengan menggunakan persamaan 2, 3 dan 4 dibantu menggunakan *software* MATLAB untuk menyelesaikan persamaan matriks 8x8. Sebagai contoh pada *stationary* 0 maka diperoleh:

$$0,1\pi_1 + 0,1\pi_2 + 0,15\pi_3 + 0,15\pi_4 + 0,1\pi_5 + 0,15\pi_6 + 0,15\pi_7 + 0,1\pi_8 = \pi_1$$

$$0,143\pi_2 + 0,143\pi_3 + 0,071 + 0,214\pi_5 + 0,143\pi_6 + 0,214\pi_7 + 0,071\pi_8 = \pi_2$$

$$0,143\pi_3 + 0,143\pi_4 + 0,357\pi_5 + 0,071\pi_6 + 0,143\pi_7 + 0,143\pi_8 = \pi_3$$

$$0,091\pi_4 + 0,273\pi_5 + 0,182\pi_6 + 0,182\pi_7 + 0,273\pi_8 = \pi_4$$

$$0,222\pi_5 + 0,222\pi_6 + 0,222\pi_7 + 0,333\pi_8 = \pi_5$$

$$0,222\pi_6 + 0,333\pi_7 + 0,444\pi_8 = \pi_6$$

$$0,75\pi_7 + 0,25\pi_8 = \pi_7$$

$$1\pi_8 = \pi_8$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + \pi_7 + \pi_8 = 1$$



Sehingga di didapat:

$$\pi_1 = 0$$

$$\pi_2 = 0$$

$$\pi_3 = 0$$

$$\pi_4 = 0$$

$$\pi_5 = 0$$

$$\pi_6 = 0$$

$$\pi_7 = 0$$

$$\pi_8 = 1$$

Begitu juga untuk nilai  $\pi_i^s$  yang lainnya, sehingga seperti pada tabel 6.

#### F. Menentukan Nilai $E^S$

Nilai  $E^S$  didapatkan dengan menghitung persamaan 4. Maka hasil nilai  $E^S$  yaitu ekspektasi biaya perawatan dari *policy* s untuk setiap langkah transisi (periode) seperti pada tabel 7.

Tabel 7. Nilai  $E^S$

S	$V_i^s \cdot \pi_i^s$								$E^S$
	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	350	350
1	15,066	18,651	22,972	19,529	41,063	39,719	52,044	70,39	279,434
2	0	0	0	0	0	0	0	350	350
3	0	0	0	0	0	0	0	350	350
4	0	0	0	0	0	0	0	350	350
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
164	0	0	0	0	0	0	0	350	350
165	0	0	0	0	0	0	0	350	350
166	0	0	0	0	0	0	0	350	350
167	5,244	6,726	10,634	9,539	16,461	19,805	95,379	105,21	268,997
168	48,516	55,908	53,342	28,301	72,886	54,345	-41,05	-34,335	237,921
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
251	11,039	13,54	18,233	16,364	34,591	35,834	59,335	87,555	276,491
252	12,846	16,018	20,516	15,346	44,121	41,104	54,576	74,919	279,447
253	10,568	13,496	16,574	20,046	47,885	40,863	55,583	74,804	279,818
254	9,841	9,445	22,366	18,453	44,289	42,128	58,847	74,457	279,825
255	6,201	15,266	22,886	20,024	42,273	41,496	56,62	73,477	278,242

Perhitungan pada tabel 7 menggunakan persamaan 4. Sebagai contoh untuk nilai  $E^S$  pada *stationary* ke 0 sebagai berikut:

$$(112,750 \times 0) + (147,571 \times 0) + (228,929 \times 0) + (181,182 \times 0) + (273,444 \times 0) + (259,222 \times 0) + (264,5 \times 0) + (350 \times 1) = 350.$$

Untuk perhitungan lainnya menggunakan persamaan tersebut sehingga didapatkan hasil  $E^S$  seperti pada tabel 5. Didapatkan nilai ekspektasi biaya perawatan yang paling optimum yaitu dengan nilai 237,921 juta Rupiah pada *stationary policy* ke 168. Biaya tersebut lebih optimum daripada biaya awal yaitu 350 juta Rupiah. Dengan hasil tersebut perusahaan dapat menghemat biaya perawatan sebesar 112,079 juta Rupiah atau sekitar 32%.

#### IV. SIMPULAN

Hasil penelitian ini didapatkan 8 kondisi *paper machine* yaitu kondisi baik, sedikit baik, gangguan ringan, gangguan sedang, gangguan tinggi, rusak ringan, rusak sedang dan rusak berat. Dari hasil perhitungan menggunakan metode *markov chain* yaitu enumerasi sempurna dengan melakukan semua kombinasi *stationary policy* sebanyak

256. Biaya perawatan pada *paper machine* yang optimum terdapat pada *stationary policy* yang ke 168 dengan nilai sebesar 237,921 juta Rupiah dengan keterangan *overhaul* jika sistem dalam *state* 1,2,3,5 dan 6. Biaya tersebut lebih optimum daripada biaya awal yaitu 350 juta Rupiah. Dengan hasil tersebut perusahaan dapat menghemat biaya perawatan sebesar 112,079 juta Rupiah atau sekitar 32%. Kelemahan penelitian ini ialah hanya menentukan biaya perawatan yang optimal tanpa diketahui penyebab terjadinya kerusakan mesin, dapat dilanjutkan dengan metode FMEA.

### UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Universitas Muhammadiyah Sidoarjo dan perusahaan kertas di Pasuruan khususnya pihak HRD dan *maintenance* yang sudah mengizinkan dan membantu melakukan penelitian ini.

### REFERENSI

- [1] I. Irdianto and Suhartini, "PENGUNAAN METODE MARKOV CHAIN DALAM PENJADWALAN PERAWATANMESIN UNTUK MEMINIMALKAN BIAYA KERUSAKAN MESIN DAN PERAWATAN MESIN MILL 303 DI PT. STEEL PIPE INDUSTRY OF INDONESIA UNIT 3," *JISO J. Ind. Syst. Optim.*, vol. 2, no. 1, pp. 11–17, 2019.
- [2] M. A. Z. Ramadhan and T. Sukmono, "Penentuan Interval Waktu Preventive Maintenance Pada Nail Making Machine Dengan Menggunakan Metode Reliability Centered Maintenance (RCM) II," *PROZIMA (Productivity, Optim. Manuf. Syst. Eng.*, vol. 2, no. 2, pp. 49–57, 2018.
- [3] B. Priambodo, "Minimalisasi Biaya Maintenance Lift Menggunakan Metode Markov," *Valtech*, vol. 1, no. 1, 2018.
- [4] D. Q. Arifin and E. Aryanny, "OPTIMIZATION OF DETERMINING MAINTENANCE INTERVALS WITH THE MARKOV CHAIN METHOD TO MINIMIZE MAINTENANCE COSTS IN PT. BBI," *J. Ind. Eng. Manag.*, vol. 7, no. 2, 2022.
- [5] R. F. Prabowo, H. Hariyono, and E. Rimawan, "Total Productive Maintenance (TPM) pada Perawatan Mesin Grinding Menggunakan Metode Overall Equipment Effectiveness (OEE)," *J. Ind. Serv.*, vol. 5, no. 2, 2020.
- [6] G. Maulani, D. Septiani, P. Noer, and F. Sahara, "RANCANG BANGUN SISTEM INFORMASI INVENTORY FASILITAS MAINTENANCE PADA PT . PLN ( PERSERO ) TANGERANG," *ICIT*, vol. 4, no. 2, pp. 156–167, 2018.
- [7] S. A. Pratama and B. I. Putra, "ANALYSIS OF MACHINE MAINTENANCE USING MARKOV CHAIN METHOD FOR REDUCING MAINTENANCE COST," *Semin. Nas. Inov. Teknol.*, pp. 208–214, 2022.
- [8] Y. Ngadiyono, *Pemeliharaan Mekanik Industri*. 2010.
- [9] M. Amelia and T. Aspiranti, "Analisis Pemeliharaan Mesin Conveyor Menggunakan Metode Preventive dan Breakdown Maintenance untuk Meminimumkan Biaya Pemeliharaan Mesin pada PT X," *J. Ris. Manaj. dan Bisnis*, vol. 1, no. 1, pp. 1–9, 2021.
- [10] W. H. Afiva, F. T. D. Atmaji, and J. Alhilman, "Usulan Interval Preventive Maintenance dan Estimasi Biaya Pemeliharaan Menggunakan Metode Reliability Centered Maintenance dan FMECA," *J. Ilm. Tek. Ind.*, vol. 18, no. 2, pp. 213–223, 2019.
- [11] Z. S. Suzen and I. Feriadi, "Pembuatan Program Aplikasi Laporan Perawatan Korektif Laboratorium Pemesinan Polman Babel," *Manutech J. Teknol. Manufaktur*, vol. 10, no. 01, pp. 53–57, 2019.
- [12] D. I. Situngkir, G. Gultom, and D. R. S. Tambunan, "Pengaplikasian FMEA untuk Mendukung Pemilihan Strategi Pemeliharaan pada Paper Machine," *Flywheel J. Tek. Mesin Untirta*, vol. 1, no. 1, p. 39, 2019.
- [13] H. H. Azwir, A. I. Wicaksono, and H. Oemar, "Manajemen Perawatan Menggunakan Metode RCM Pada Mesin Produksi Kertas," *J. Optimasi Sist. Ind.*, vol. 19, no. 1, pp. 12–21, 2020.
- [14] T. Sukmono and M. S. Lesmana, "Implementasi Markov Chain Untuk Meminimumkan Biaya Perawatan Mesin Spiral Menggunakan Enumerasi Sempurna," *J. Tek. Ind. J. Has. Penelit. dan Karya Ilm. dalam Bid. Tek. Ind.*, vol. 8, no. 2, p. 404, 2022.
- [15] D. R. Ramadhan, N. N. Triana, and D. F. Suryapranatha, "Perencanaan Perawatan Mesin Blow Molding

- Dengan Metode Markov Chain Untuk Menurunkan Biaya Perawatan (Studi Kasus Di Pt. Megayaku Kemasan Perdana),” *Ciastech*, vol. 2, no. 2, pp. 769–774, 2020.
- [16] F. Nurhamiddin and F. M. Sulisa, “Peramalan Cuaca Menggunakan Metode Rantai Markov (Studi Kasus : Rekaman Cuaca Harian Di Kantor BMKG Kota Ternate),” *J. Biosainstek*, vol. 2, no. 01, pp. 16–22, 2019.
- [17] G. J. Hillier and F. S. Lieberman, *INTRODUCTION TO OPERATIONS RESEEARCH*, 7th ed. United States: McGraw-Hill Companies, 2001.
- [18] D. S. Maulana, “PERENCANAAN PERAWATAN MESIN DENGAN MENGGUNAKAN METODE MARKOV CHAIN DI PT. KARYAMITRA BUDISENTOSA PANDAAN,” *Valtech*, vol. 2, no. 2, pp. 30–33, 2019.
- [19] Siswanto, *Operations Research*. Yogyakarta: Erlangga, 2006.
- [20] T. T. Dimiyati, *OPERATIONS RESEARCH*. SINAR BARU ALGENSINDO, 2018.

**Conflict of Interest Statement:**

*The author declares that the research was conducted in the absence of any commercial or financial relationships that could be construed as a potential conflict of interest.*