

Hypothetical Learning Trajectory in the Material of Ordering Fractions [Lintasan Pembelajaran Hipotesis untuk Mengurutkan Pecahan]

Hesti Dwi Widianti¹⁾, Mohammad Faizal Amir²⁾

¹⁾ Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

²⁾ Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Indonesia

*Korespondensi: faizal.amir@umsida.ac.id

Abstract. *Ordering fractions is a challenging subject for elementary school students because most individuals do not yet understand the relationship between the numerator and denominator in fractions. The purpose of this study was to test and develop a Hypothetical Learning Trajectory (HLT) for fourth-grade elementary school students so they can understand the order of fractions through a progressive task of fraction problems and real-world applications. This study used a qualitative design-based research approach. Data were collected through observations, worksheets, and recording the learning process. The results showed that HLT improved students' understanding, demonstrating the ability to identify equivalent fractions, equate denominators, and use least common ratios.*

Keywords - Hypothetical Learning Trajectory (HLT), Fraction Ordering, Math

Abstrak. *Pelajaran mengurutkan pecahan adalah pelajaran yang menantang bagi siswa sekolah dasar dikarenakan kebanyakan individu belum memahami hubungan dari pembilang dan penyebut dalam pecahan. Tujuan adanya penelitian ini untuk menguji dan mengembangkan Hypothetical Learning Trajectory (HLT) bagi siswa sekolah dasar kelas empat sehingga dapat memahami urutan pecahan melalui sebuah tugas secara progresif dari soal pecahan maupun penerapan di dunia nyata. Penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian kualitatif berbasis desain (Design Based Research). Data dikumpulkan melalui observasi, lembar kerja, dan pencatatan proses pembelajaran. Hasil menunjukkan bahwa HLT meningkatkan pemahaman siswa, menunjukkan kemampuan untuk mengidentifikasi pecahan setara, menyamakan penyebut, dan menggunakan rasio persekutuan terkecil.*

Kata Kunci - Matematika, Mengurutkan Pecahan, Hypothetical Learning Trajectory

I. PENDAHULUAN

General background (pentingnya pecahan di sekolah dasar)

Konsep pecahan merupakan salah satu materi matematika yang menjadi tantangan bagi siswa. Meskipun dalam kehidupan sehari-hari pecahan banyak diterapkan, seperti saat membagi kue, tidak sedikit siswa yang mengalami kesulitan dalam memahami konsep ini secara mendalam [1]. Hal ini disebabkan oleh belum dikuasainya konsep dasar pecahan, seperti menyederhanakan pecahan melalui pembagian pembilang dan penyebut dengan bilangan yang sama. Penyederhanaan tidak hanya memudahkan proses perhitungan, tetapi juga dapat membantu mengurangi kecemasan siswa terhadap angka yang tampak sulit, sehingga menjadikan pembelajaran pecahan lebih menarik dan dapat diterima dengan lebih baik [2].

Pecahan merupakan representasi bilangan yang menunjukkan bagian dari suatu himpunan atau kuantitas tertentu, dan dituliskan dalam bentuk a/b . Bilangan a sebagai pembilang dan b sebagai penyebut [2]. Di tingkat SD, pemahaman pecahan mencakup operasi hitung seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian [3]. Salah satu keterampilan penting yang perlu dikuasai siswa adalah mengurutkan pecahan, yang dapat dilakukan dengan menyamakan penyebut terlebih dahulu agar seluruh pecahan memiliki dasar perbandingan yang sama. Metode ini akan berjalan efektif apabila siswa sudah memahami konsep pecahan senilai dan mampu menentukan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) [4]. Salah satu tantangan yang dihadapi adalah pemahaman terhadap pecahan, khususnya dalam membandingkan dan mengurutkan, yang masih menjadi kesulitan umum karena lemahnya pemahaman konsep dasar serta kecenderungan membandingkan pecahan hanya dari penyebutnya [5].

Specific background (pentingnya membandingkan dan mengurutkan pecahan disekolah dasar)

Pada jenjang Sekolah Dasar (SD), tantangan ini semakin besar karena konsep pecahan yang bersifat abstrak sulit dipahami siswa, terutama tanpa dukungan media konkret dalam pembelajaran [6]. Padahal, pengetahuan dasar matematika sangat penting karena membentuk landasan keterampilan berpikir yang akan berdampak jangka panjang terhadap perkembangan akademik siswa. Namun, banyak siswa SD masih menganggap matematika sebagai pelajaran yang sulit, membosankan, bahkan menakutkan, akibat pendekatan pembelajaran yang kurang menarik [7]. Oleh karena itu, pembelajaran matematika tidak hanya perlu menumbuhkan kemampuan berhitung, tetapi juga harus mendorong berpikir kritis, kreatif, serta kerja sama dalam menyelesaikan masalah [8]. Peran pembelajaran

matematika di jenjang sekolah dasar sangat penting dalam membentuk kemampuan berpikir logis yang sangat dibutuhkan untuk menghadapi tantangan di masa depan [9].

HLT Concept (konsep HLT)

Hypothetical Learning Trajectory (HLT) adalah model teoretis dalam perancangan pembelajaran matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh Simon [10], yang terdiri atas tiga komponen utama, yaitu tujuan pembelajaran yang menjadi arah, rangkaian aktivitas atau tugas belajar yang dirancang, serta proses belajar hipotetis yang memprediksi perkembangan pemikiran siswa saat mengikuti aktivitas tersebut. HLT adalah rancangan pembelajaran yang merupakan serangkaian tugas untuk membantu siswa memahami konsep matematika secara bermakna. HLT diperlukan bagi pembelajaran matematika karena dapat membuat desain pembelajaran yang sesuai dengan pola pikir dan karakteristik siswa di kelas [11].

General Research problem (masalah terkait pecahan untuk siswa sekolah dasar)

Berdasarkan penelitian [12] model pembelajaran yang aktif dan tepat oleh guru di sekolah dasar belum sepenuhnya diterapkan. Hal ini berdampak pada rendahnya kemampuan siswa dalam memahami dan menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan materi pecahan, karena kurangnya keterlibatan aktif dan pengalaman kontekstual dalam proses pembelajaran. Pembelajaran matematika di kelas IV SD GMIM MALOLA masih bersifat *teacher-centered*, di mana guru dominan menggunakan metode ceramah tanpa melibatkan siswa secara aktif. Akibatnya, sebagian besar siswa mengalami kesulitan dalam memahami materi pecahan, yang terlihat dari 75% siswa belum mencapai KKM dalam hasil ulangan [13]. Selain itu, penelitian [14] menemukan bahwa siswa SD masih mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal pecahan akibat rendahnya kemampuan pemecahan matematis dan kurangnya kreativitas berpikir. Kesalahan-kesalahan tersebut umumnya disebabkan oleh pemahaman konsep yang lemah, ketidaktahuan rumus, serta ketidakmampuan menentukan KPK. Oleh karena itu, diperlukan analisis kesalahan untuk mengidentifikasi jenis dan sumber kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal pecahan [15].

Specific Research problem (masalah terkait membandingkan dan mengurutkan pecahan untuk siswa sekolah dasar)

Berdasarkan hasil pengamatan di kelas IV Sekolah Dasar Negeri 185 Gresik, ditemukan beberapa permasalahan yang signifikan dalam pembelajaran materi pecahan. Banyak siswa belum mampu membandingkan pecahan dengan penyebut yang berbeda, yang menunjukkan rendahnya pemahaman terhadap konsep dasar pecahan. Hal ini disebabkan oleh kurangnya penggunaan media pembelajaran nyata, seperti alat bantu peraga atau permainan (misalnya potongan kue atau model lingkaran pecahan), yang dapat membantu siswa dalam membayangkan dan memahami konsep secara lebih nyata. Selain itu, model pembelajaran yang masih sering diterapkan adalah pendekatan satu arah (*teacher-centered*) turut menjadi faktor penghambat, karena membatasi keterlibatan aktif siswa dalam proses pembelajaran, seperti bertanya, berdiskusi, maupun mencoba materi secara mandiri. Permasalahan-permasalahan tersebut berdampak pada rendahnya efektivitas pembelajaran dan pemahaman siswa terhadap materi pecahan.

Specific solution (HLT sebagai solusi)

Berdasarkan hasil penelitian [16] menegaskan bahwa HLT memainkan peran penting dalam memfasilitasi proses pembelajaran, karena membantu guru merancang strategi pembelajaran yang sesuai dengan dugaan awal tentang cara siswa belajar, serta mengantisipasi proses berpikir dan dinamika yang muncul selama pembelajaran. HLT berfungsi sebagai pedoman penting bagi guru dalam memilih model, strategi, bahan ajar, dan penilaian yang selaras dengan tahap berpikir siswa. Kemudian Penelitian [17] menunjukkan bahwa hambatan belajar materi lingkaran berbeda tergantung pada tingkat kemampuan matematis siswa, meliputi hambatan epistemologis, didaktis, dan ontogenik. Berdasarkan temuan tersebut, dikembangkan lintasan belajar (HLT) yang disesuaikan dengan karakteristik kemampuan literasi numerasi siswa serta memuat masalah kontekstual.

Berdasarkan penelitian [18] merancang lintasan belajar hipotetis (HLT) untuk materi KPK dan FPB dengan menggunakan model pembelajaran RADEC. Hasilnya menunjukkan bahwa RADEC dapat mengatasi hambatan belajar konseptual siswa yang selama ini cenderung memahami KPK dan FPB secara prosedural. Model ini membantu meningkatkan pemahaman siswa melalui tahapan belajar yang sistematis dan interaktif. Penelitian ini memberikan kontribusi penting dalam desain pembelajaran matematika dasar yang memperhatikan alur berpikir siswa.

State of The Art / SoTA (kedudukan penelitian terkait dengan HLT)

Berdasarkan penelitian [19] menunjukkan bahwa penggunaan HLT dalam pembelajaran pecahan dengan bantuan media konkret, seperti *paper folding* dan *fraction circles*, dapat membantu siswa memahami konsep pembilang, penyebut, dan pecahan senilai secara lebih baik. Aktivitas berjenjang dalam HLT terbukti meningkatkan pemahaman representasi pecahan dan memudahkan siswa membandingkan pecahan, meskipun pada aspek mengurutkan pecahan masih ditemukan kesulitan sehingga diperlukan perbaikan instruksi dan desain tugas. Selanjutnya hasil penelitian [20] menunjukkan bahwa mengembangkan desain HLT materi pecahan ini membuat siswa lebih antusias, aktif, dan mampu memahami konsep pecahan melalui aktivitas konkret seperti menggambar, memotong, dan membagi makanan tradisional, siswa juga dapat menemukan rumus dasar pecahan serta menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan pecahan, meskipun dalam pelaksanaannya terdapat hambatan berupa keterbatasan waktu karena pembelajaran harus dilaksanakan secara bertahap sesuai karakteristik siswa sekolah dasar.

Analisis research gap (kesenjangan terkait HLT)

Berdasarkan berbagai penelitian yang telah dilakukan, Mengurutkan pecahan adalah salah satu materi penting dalam matematika sekolah dasar, tetapi banyak siswa masih merasa kesulitan memahaminya. Selama ini, pembelajaran pecahan lebih sering fokus pada langkah-langkah teknis, seperti menyamakan penyebut atau mengubah pecahan menjadi desimal, tanpa memperhatikan bagaimana pemahaman siswa sebenarnya berkembang. Pendekatan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) atau lintasan pembelajaran hipotesis, menawarkan cara yang lebih terarah karena menyusun langkah-langkah pembelajaran berdasarkan tahapan berpikir siswa. Namun, belum banyak penelitian yang secara khusus mengembangkan HLT untuk materi mengurutkan pecahan, apalagi yang disesuaikan dengan karakteristik siswa dan kurikulum di Indonesia. **Novelty** Oleh karena itu, penelitian ini penting untuk mengisi kekosongan tersebut dengan merancang lintasan pembelajaran yang membantu siswa memahami pecahan secara lebih mudah dan bermakna.

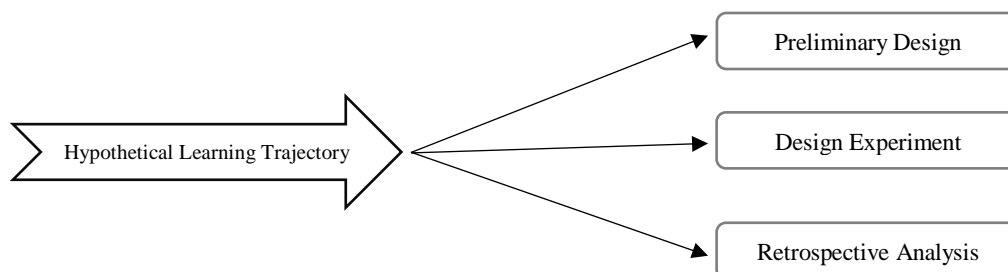
Urgensi penelitian

Penelitian ini secara teoritis bertujuan untuk mengembangkan pemahaman tentang bagaimana siswa membangun pengetahuan dalam mengurutkan pecahan melalui lintasan pembelajaran hipotesis (*Hypothetical Learning Trajectory*/HLT), serta memberikan kontribusi terhadap kajian pendidikan matematika khususnya terkait perkembangan berpikir siswa dan desain aktivitas pembelajaran yang sesuai. Secara praktis, penelitian ini bertujuan untuk menyediakan rancangan kegiatan pembelajaran yang dapat membantu guru dalam mengajarkan konsep pengurutan pecahan, memudahkan siswa memahami materi dengan cara yang lebih bermakna melalui aktivitas kontekstual dan representasi visual, serta menjadi alternatif pendekatan yang dapat meningkatkan efektivitas pembelajaran matematika di kelas.

II. METODE

Desain

Penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian kualitatif. Penelitian kualitatif adalah proses eksploratif yang dilakukan dalam setting alamiah untuk memahami, menafsirkan, dan menggambarkan secara mendalam fenomena sosial atau manusia melalui berbagai metode dan pandangan informan secara rinci [21]. Desain penelitian yang digunakan adalah *Design-Based Research* (DBR), yang bertujuan untuk mengembangkan, mengimplementasikan, dan merevisi lintasan belajar dalam materi mengurutkan pecahan.



Gambar 1. Desain Penelitian

Berdasarkan gambar 1 Desain penelitian ini mengacu pada tiga tahapan utama, yaitu *Preliminary Design*, *Design Experiment*, dan *Retrospective Analysis* [18]. Pada tahap ini, peneliti mempersiapkan desain awal dengan mengumpulkan data awal, salah satunya melalui hasil ujian terakhir siswa kelas IV di Sekolah Dasar Negeri 185 Gresik. Fungsi tahap ini adalah merancang dan memformulasikan desain awal lintasan belajar mengurutkan pecahan, yang disusun berdasarkan analisis kurikulum, kebutuhan siswa, serta struktur konsep pecahan. Peneliti bersama guru menyesuaikan HLT dengan dugaan pemikiran siswa serta merancang kegiatan pembelajaran. Desain HLT yang telah dikembangkan digambarkan pada tabel 1.

Tabel 1. Hypothetical Learning Trajectory (HLT) (Ide Modifikasi)

Aktivitas	Sub Aktivitas	Item Tugas	Dugaan HLT
A. Membandingkan pecahan berpenyebut sama (a/b dengan c/b)	A1. Mengenalkan materi tentang konsep dasar pecahan $\frac{a}{b}$ terbagi menjadi dua bagian yaitu pembilang dan penyebut A2. Mengenalkan materi mengenai pecahan senilai seperti $\frac{a}{b} = \frac{A}{B}$	Memahami penjelasan konsep dasar pecahan bahwa pada $\frac{1}{2}$ angka 1 adalah pembilang dan 2 adalah penyebut Memahami penjelasan materi bahwa $\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{4}{8}$ merupakan pecahan senilai Memahami penjelasan bahwa membandingkan pecahan dengan penyebut sama hanya dilihat dari pembilangnya saja	Diperkirakan siswa dapat menyimpulkan pecahan $\frac{a}{b}$ memiliki 2 bagian yaitu pembilang dan penyebut Diperkirakan siswa dapat memahami pecahan senilai $\frac{a}{b} = \frac{A}{B}$ Diperkirakan siswa dapat membandingkan pecahan berpenyebut sama
B. Membandingkan pecahan dengan berpenyebut berbeda	B1. Membandingkan pecahan $\frac{a}{b}$ lebih dari atau kurang dari $\frac{x}{y}$	Menemukan cara untuk membandingkan pecahan dengan penyebut berbeda (contoh: $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$)	Diperkirakan siswa dapat membandingkan pecahan dengan penyebut berbeda $\frac{a}{b} < \frac{x}{y}$ atau $\frac{a}{b} > \frac{x}{y}$
C. Mengurutkan pecahan berpenyebut sama	C1. Mengurutkan pecahan dengan penyebut sama $\frac{k}{b}; \frac{l}{b}; \frac{m}{b}$	Memahami materi mengurutkan pecahan yang berpenyebut sama seperti $\frac{1}{4}; \frac{2}{4}; \frac{3}{4}$	Diperkirakan siswa dapat mengurutkan pecahan dengan penyebut sama $\frac{k}{b}; \frac{l}{b}; \frac{m}{b}$
D. Mengurutkan pecahan berpenyebut berbeda	D1. Mengurutkan pecahan yang berpenyebut berbeda $\frac{a}{b}; \frac{k}{l}; \frac{x}{y}$	Menemukan cara untuk mengurutkan pecahan dengan penyebut berbeda (contoh: $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}$)	Diperkirakan siswa dapat mengurutkan pecahan dengan penyebut berbeda $\frac{a}{b}; \frac{k}{l}; \frac{x}{y}$
E. Mengurutkan pecahan berpenyebut sama dan berpenyebut berbeda	E1. Mengurutkan pecahan berpenyebut sama dan berpenyebut berbeda seperti $\frac{a}{b}; \frac{k}{l}; \frac{x}{y}; \frac{c}{b}$	Menemukan cara untuk mengurutkan pecahan dengan penyebut sama dan berbeda (contoh: $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{3}{2}$)	Diperkirakan siswa dapat mengurutkan pecahan dengan penyebut sama dan penyebut berbeda $\frac{a}{b}; \frac{k}{l}; \frac{x}{y}; \frac{c}{b}$

Tahap implementasi desain dilakukan melalui dua siklus dengan tujuan utama menguji dan menyempurnakan lintasan pembelajaran hipotesis yang telah dirancang untuk materi mengurutkan pecahan. Pada siklus pertama, dilakukan uji coba awal untuk mengevaluasi apakah HLT cocok digunakan dalam pembelajaran. Data yang diperoleh berasal dari soal-soal yang diberikan dan hasil observasi aktivitas belajar siswa, lalu digunakan sebagai bahan untuk memperbaiki HLT agar lebih sesuai dengan konteks dan bisa diterapkan dalam pembelajaran. Lalu, pada siklus kedua, HLT yang telah diperbaiki tersebut diterapkan kembali untuk mengumpulkan data utama penelitian, terutama dalam mengamati cara siswa memahami konsep perbandingan dan pengurutan pecahan, baik secara visual maupun melalui tanda-tanda matematika. Fokus pada siklus ini adalah melihat sejauh mana siswa terlibat, bagaimana cara berpikir mereka berkembang, serta seberapa efektif setiap kegiatan dalam membantu mencapai tujuan pembelajaran.

Tahap terakhir adalah analisis retrospektif, yaitu proses memeriksa dan mengevaluasi semua data yang dikumpulkan selama pembelajaran berlangsung. Pada tahap ini, peneliti membandingkan antara rencana pembelajaran yang telah dibuat dengan cara belajar yang benar-benar terjadi di kelas. Analisis tidak hanya berfokus pada aspek keberhasilan, tetapi juga menelaah secara mendalam proses pembelajaran untuk memahami bagaimana dan mengapa suatu aktivitas dalam HLT berjalan efektif atau kurang efektif. Hasil analisis ini digunakan untuk mengidentifikasi faktor pendukung maupun penghambat, serta sebagai acuan dalam penyempurnaan desain HLT di masa mendatang. Dengan demikian, tahap ini berperan penting dalam membangun pemahaman teoritis dan praktis mengenai pengembangan konsep matematika, khususnya dalam konteks mengurutkan pecahan [22].

Subjek

Partisipan dalam penelitian ini adalah seluruh siswa kelas IV di UPT SD Negeri 185 Gresik yang berjumlah 20 siswa. Teknik pengambilan sampel menggunakan sampling jenuh dari siswa kelas IV di UPT SD Negeri 185 Gresik. Peneliti menggunakan teknik sampling jenuh karena semua ukuran populasi relatif kecil yaitu kurang dari 30 siswa, sehingga semua anggota populasi dijadikan sampel penelitian.

Instrumen

Penelitian ini meliputi kumpulan soal untuk mengukur pemahaman konsep membandingkan dan mengurutkan pecahan, lembar observasi aktivitas belajar untuk menilai keterlibatan siswa, serta dokumentasi berupa foto dan rekaman video sebagai bukti visual proses pembelajaran. Selain itu, wawancara dilakukan untuk memperoleh informasi mendalam terkait pengalaman dan kesulitan siswa selama pembelajaran.

Analisis Data

Analisis data dilakukan dengan menganalisis proses pembelajaran menggunakan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) untuk memetakan perkembangan pemahaman siswa dalam mengurutkan pecahan, mulai dari tahap awal hingga tahap akhir pembelajaran. Analisis ini bertujuan untuk melihat bagaimana lintasan belajar yang telah dirancang dapat membantu siswa berpindah dari pemahaman intuitif menuju pemahaman formal, serta mengidentifikasi strategi, kesulitan, dan perubahan alur berpikir siswa sepanjang proses pembelajaran.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dan Pembahasan

Dalam penelitian ini, peneliti merancang Hipotesis Lintasan Pembelajaran (HLT) untuk meningkatkan kemampuan siswa kelas IV UPT SD Negeri 185 Gresik dalam mengurutkan pecahan melalui lima rangkaian aktivitas (A–E), sehingga siswa dapat memahami konsep pecahan secara bertahap dan menyeluruh sesuai dengan tujuan pembelajaran. Setiap aktivitas dijelaskan sebagai berikut:

A. Membandingkan pecahan berpenyebut sama ($\frac{a}{b}$ dengan $\frac{c}{b}$)

Dalam penerapan ini, guru membagikan kertas kosong kepada tiap siswa, dimana mereka diminta untuk menggambar maupun menulis apa yang diketahui terkait pecahan seperti aspek pecahan, bentuk pecahan, gambar bagian pecahan yang dibagi menjadi bagian yang sama maupun kondisi sehari-hari dimana bagian dari keseluruhan itu terjadi. Hal ini berfungsi untuk mengenali siswa sejauh mana pemahamannya terkait konsep dasar pecahan, juga guru dapat mengetahui kesalahpahaman siswa di awal yang mungkin dimiliki.

Dari pengetahuan awal siswa, guru memperlihatkan gambar potongan pizza untuk alat bantu visual dalam menjelaskan pecahan. Dari gambar ini mengilustrasikan kepada siswa bahwa pecahan adalah bagian dari keseluruhan pizza yang dibagi sama bagian dengan menunjukkan bagian pizza seperti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, atau $\frac{3}{4}$ untuk memahami hubungan antar angka penyebut (angka dibawah) dan angka pembilang (angka diatas) dan ukuran potongan masing-masing. Gambar konkret tersebut memudahkan siswa dalam memaknai pecahan sebelum melanjutkan pada tahap membandingkan dan mengurutkan pecahan menggunakan strategi pembelajaran HLT.



Gambar 2. Guru mengenalkan konsep pecahan

Dalam kegiatan A1, guru menjelaskan konsep dasar pecahan dalam bentuk a/b . Pecahan terdiri dari dua bagian, yaitu pembilang (a) dan penyebut (b). Guru menjelaskan bahwa pecahan digunakan untuk menunjukkan bagian dari sesuatu yang telah dibagi menjadi beberapa bagian yang ukurannya sama. Untuk memudahkan pemahaman, guru menunjukkan benda nyata atau gambar yang dibagi rata, seperti lingkaran atau persegi yang dipotong menjadi beberapa bagian. Siswa diberikan pemahaman bahwa angka dibawah pecahan diibaratkan huruf b yaitu penyebut yang mewakili jumlah bagian dari keseluruhan. Misalnya, satu kue dipotong menjadi empat bagian maka penyebutnya adalah angka 4 tersebut.

Siswa juga diberikan pemahaman bahwa angka diatas pecahan diibaratkan huruf a yaitu pembilang yang mewakili jumlah potongan yang dipotong. Misalnya, satu kue dipotong menjadi empat bagian maka penyebutnya adalah angka 4 tersebut dengan menggunakan contoh yang mudah dipahami seperti potongan pizza dan potongan kue, mereka langsung paham bahwa pembilang mewakili setiap bagian dari keseluruhan. Misalnya, jika 2 bagian dari total 4 bagian diarsir, maka pecahan tersebut dituliskan dalam bentuk pecahan $2/4$. Dengan memahami

hubungan antara pembilang dan penyebut, siswa memperoleh landasan yang kuat untuk mempelajari tahapan pecahan berikutnya yaitu pecahan senilai.

Pada aktivitas A2, guru mengenalkan konsep pecahan senilai, yaitu dua pecahan yang memiliki nilai atau besar bagian yang sama meskipun ditulis dengan angka yang berbeda. Guru menjelaskan bahwa sebuah pecahan a/b bisa diubah menjadi pecahan lain yang nilainya sama, yaitu A/B , asalkan pembilang dan penyebutnya dikalikan atau dibagi dengan bilangan yang sama. Untuk membuat pemahaman lebih mudah, guru menunjukkan contoh nyata seperti gambar persegi atau lingkaran yang dibagi menjadi beberapa bagian. Misalnya, jika ada sebuah kue yang dibagi menjadi 2 bagian yang sama besar dan 1 bagian diambil ($1/2$), guru kemudian menunjukkan bahwa kue yang sama jika dibagi menjadi 4 bagian yang sama besar dengan 2 bagian diambil ($2/4$), maka nilainya tetap sama. Hal ini dapat membantu mereka memahami nilai suatu pecahan tidak bisa berubah ketika bentuknya dirubah.

Guru meminta siswa mencoba dengan mengalikan pembilang dan penyebut pecahan sederhana dengan angka yang sama. Misalnya, mengalikan pecahan $1/3$ dengan 2 menghasilkan $2/6$, dan mengalikan pecahan $2/5$ dengan 3 menghasilkan $6/15$. Dari latihan ini, siswa menyadari bahwa nilai suatu pecahan tidak berubah ketika pembilang dan penyebut dikalikan dengan angka yang sama. Guru juga memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggambar sendiri pecahan senilai pada kertas kerja, sehingga mereka dapat membandingkan secara visual bahwa pecahan-pecahan tersebut memang memiliki nilai yang setara. Dengan aktivitas ini, siswa memperoleh pemahaman bahwa pecahan senilai adalah konsep penting dalam menyederhanakan, membandingkan, serta mengurutkan pecahan pada tahap-tahap pembelajaran berikutnya.

Guru mengenalkan cara membandingkan dua pecahan yang memiliki penyebut sama, misalnya a/b dan c/b . Guru menjelaskan bahwa ketika dua pecahan memiliki penyebut yang sama, artinya kedua pecahan tersebut berasal dari keseluruhan yang dibagi menjadi jumlah bagian yang sama besar. Karena ukuran setiap bagian sama, maka perbandingan cukup dilakukan dengan melihat pembilangnya saja. Untuk memperjelas, guru menampilkan gambar konkret seperti dua lingkaran atau persegi yang masing-masing dibagi menjadi b bagian yang sama besar. Siswa kemudian diminta mengamati bahwa semakin besar pembilangnya, semakin banyak bagian yang diambil atau diarsir.

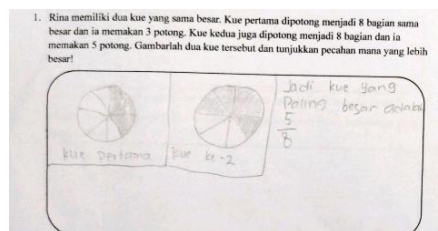
Guru memberikan contoh perbandingan yaitu $2/8$ dan $5/8$. Penyebut dalam pecahan tersebut memiliki angka yang sama, siswa diminta membandingkan pembilangnya yaitu 2 dan 5. Guru memberikan pemahaman bahwa $5/8$ lebih besar dari $2/8$ karena 5 lebih besar dari 2. Hal ini dapat diperkuat dengan meminta siswa untuk menggambar pecahan pada kertas mereka dan membandingkan angka-angka di area yang diarsir. Pembelajaran ini membantu siswa memahami bahwa nilai pecahan dengan penyebut yang sama ditentukan oleh besarnya pembilang. Guru menjelaskan cara mencari KPK. Pemahaman ini menjadi dasar yang penting sebelum siswa mempelajari perbandingan pecahan dengan penyebut berbeda atau pengurutan pecahan pada tahap berikutnya.



Gambar 3. Siswa presentasi hasil membandingkan pecahan dengan penyebut sama

Dalam aktivitas ini, siswa diminta untuk mempresentasikan cara membandingkan pecahan berpenyebut sama di depan kelas atau menuliskannya langsung di papan tulis. Guru memberikan contoh pecahan $1/4$ dan $2/4$, kemudian meminta salah satu atau beberapa siswa menjelaskan langkah-langkah perbandingannya. Siswa memulai dengan menunjukkan bahwa kedua pecahan memiliki penyebut yang sama, yaitu 4, yang berarti kedua pecahan berasal dari satu kesatuan yang dibagi menjadi empat bagian sama besar. Dengan menggunakan gambar lingkaran yang dibagi menjadi 4 bagian, siswa dapat mengarsir satu bagian untuk $1/4$ dan dua bagian untuk $2/4$ sebagai ilustrasi konkret.

Setelah itu, siswa menjelaskan bahwa ketika penyebutnya sama, maka perbandingan cukup dilakukan dengan melihat pembilangnya saja. Mereka menyampaikan bahwa angka 2 pada pecahan $2/4$ menunjukkan bagian yang lebih banyak daripada angka 1 pada pecahan $1/4$. Dengan demikian, siswa menyimpulkan bahwa $2/4$ lebih besar daripada $1/4$. Melalui presentasi ini, siswa tidak hanya menunjukkan pemahaman konseptual, tetapi juga mengembangkan keterampilan komunikasi matematika dengan menjelaskan alasan dan proses berpikir mereka, sesuai tujuan pembelajaran dalam HLT.



Gambar 4. Hasil pengerjaan siswa membandingkan pecahan dengan penyebut sama

Berdasarkan hasil pekerjaan siswa pada gambar, siswa mampu membandingkan dua pecahan yang memiliki penyebut yang sama, yaitu $3/8$ dan $5/8$. Siswa menggambar dua kue yang masing-masing dibagi menjadi 8 bagian yang sama ukurannya. Pada kue pertama, siswa mengarsir 3 bagian, sedangkan pada kue kedua, siswa mengarsir 5 bagian. Gambar yang dibuat menunjukkan bahwa siswa memahami bahwa ketika penyebut sama, besar kecilnya pecahan ditentukan oleh jumlah bagian yang diarsir, yaitu pembilangnya. Dengan melihat jumlah arsiran, siswa dapat mengamati bahwa 5 bagian yang diarsir lebih banyak daripada 3 bagian.

Sesuai dugaan dalam HLT, siswa pada tahap ini dapat membandingkan pecahan berpenyebut sama dengan menggunakan strategi visual. Siswa menuliskan kesimpulan bahwa pecahan $5/8$ lebih besar daripada $3/8$, yang menunjukkan bahwa ia telah mencapai indikator kemampuan membandingkan pecahan dengan penyebut sama. Temuan ini menguatkan hipotesis bahwa melalui bantuan representasi konkret seperti gambar kue, siswa dapat memahami bahwa jika penyebutnya sama, maka pecahan dengan pembilang lebih besar adalah pecahan yang bernilai lebih besar.

B. Membandingkan pecahan dengan berpenyebut berbeda

Pada aktivitas B1, guru mulai memperkenalkan konsep membandingkan pecahan dengan penyebut berbeda, seperti a/b dan x/y . Guru menjelaskan bahwa ketika dua pecahan memiliki penyebut berbeda, besar masing-masing bagian tidak sama, sehingga tidak bisa dibandingkan hanya dengan melihat pembilangnya. Untuk membantu siswa memahami hal ini, guru menampilkan contoh konkret, misalnya membandingkan $1/2$ dengan $1/3$. Guru menggunakan gambar lingkaran yang dibagi menjadi bagian-bagian untuk menunjukkan bahwa meskipun pembilang kedua pecahan sama, yaitu 1, ukuran bagian pada pecahan $1/2$ lebih besar dibandingkan ukuran bagian pada pecahan $1/3$. Visualisasi ini membantu siswa memahami bahwa penyebut mempengaruhi besar kecilnya sebuah pecahan.

Setelah itu, guru menjelaskan cara membandingkan pecahan dengan penyebut berbeda dengan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu melalui pencarian KPK dari kedua penyebut tersebut. Guru menuliskan kelipatan dari setiap penyebut dan menjelaskan cara mencari kelipatan persekutuan terkecil (KPK). Guru meminta siswa menjumlahkan kelipatan tersebut satu per satu hingga menemukan kelipatan persekutuan terkecil (KPK). Kelipatan persekutuan ini dilingkari untuk menunjukkan bahwa itu adalah kelipatan persekutuan terkecil. Misalnya, ketika membandingkan pecahan $3/4$ dan $2/6$, guru meminta siswa untuk menuliskan kelipatan dari 4, yaitu (4, 8, 12, 16, 20, 24, ...) dan kelipatan dari 6 yaitu (6, 12, 18, 24, ...). Siswa lalu menyadari bahwa angka 12 adalah kelipatan terkecil yang sama. Setelah KPK ditemukan, barulah pecahan diubah menjadi pecahan senilai dengan penyebut 12 untuk memudahkan perbandingannya. Dengan strategi ini, siswa memahami bahwa penyamaan penyebut adalah langkah penting dalam membandingkan pecahan berpenyebut berbeda.



Gambar 5. Siswa presentasi hasil membandingkan pecahan dengan penyebut berbeda

Dalam aktivitas ini, siswa diminta mempresentasikan cara membandingkan pecahan berpenyebut berbeda menggunakan contoh $1/2$ dan $4/5$. Siswa memulai dengan menjelaskan langkah pertama, yaitu mencari KPK dari penyebut 2 dan 5. Mereka menuliskan kelipatan 2 (2, 4, 6, 8, 10, ...) dan kelipatan 5 (5, 10, 15, ...) hingga menemukan kelipatan terkecil yang sama, yaitu 10, kemudian melingkarkannya sebagai tanda bahwa angka tersebut adalah KPK. Tahap ini menunjukkan bahwa siswa memahami konsep penyamaan penyebut sebagai langkah awal sebelum membandingkan dua pecahan yang bagian-bagiannya tidak sama besar.

Setelah KPK ditemukan, siswa menjelaskan cara mengubah kedua pecahan menjadi pecahan senilai berpenyebut 10. Untuk pecahan $1/2$, siswa menghitung bahwa $10 \div 2 = 5$, kemudian mengalikan 5 dengan pembilang 1 sehingga diperoleh pecahan senilai $5/10$. Hal yang sama dilakukan pada pecahan $4/5$, di mana $10 \div 5 = 2$, lalu 2 dikalikan pembilang 4 sehingga menghasilkan $8/10$. Setelah kedua pecahan memiliki penyebut yang sama, siswa menyimpulkan bahwa $8/10$ lebih besar daripada $5/10$, sehingga pecahan $4/5$ lebih besar daripada $1/2$. Melalui presentasi ini, siswa menunjukkan pemahaman konseptual dan prosedural mengenai langkah-langkah yang benar dalam membandingkan pecahan berpenyebut berbeda.

2. Doni minum $\frac{2}{3}$ gelas susu, sedangkan Bima minum $\frac{3}{4}$ gelas susu. Menurutmu siapa yang minum lebih banyak?

KPK

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$

Jadi yang lebih banyak minum susu adalah Bima $\frac{9}{12}$

Gambar 6. Hasil pengerjaan siswa membandingkan pecahan dengan penyebut berbeda

Pada hasil pekerjaan siswa, terlihat bahwa siswa telah mengikuti langkah awal yang sesuai dengan dugaan HLT, yaitu mencari KPK dari kedua penyebut sebelum membandingkan pecahan. Pada soal ini, pecahan yang dibandingkan adalah $2/3$ dan $3/4$. Siswa menuliskan kelipatan 3 (3, 6, 9, 12, ...) dan kelipatan 4 (4, 8, 12, ...), kemudian menemukan bahwa kelipatan terkecil yang sama adalah 12, dan siswa memberi tanda lingkaran pada angka tersebut. Langkah ini menunjukkan bahwa siswa memahami bahwa penyamaan penyebut diperlukan ketika pecahan memiliki ukuran bagian yang berbeda sehingga tidak dapat dibandingkan secara langsung.

Setelah menemukan KPK, siswa melanjutkan proses dengan mengubah masing-masing pecahan menjadi pecahan senilai berpenyebut 12. Untuk pecahan $2/3$, siswa menghitung pembilang baru dengan cara $12 \div 3 = 4$, lalu $4 \times 2 = 8$, sehingga diperoleh pecahan senilai $8/12$. Langkah serupa diterapkan pada pecahan $3/4$, yaitu $12 \div 4 = 3$, kemudian $3 \times 3 = 9$, sehingga diperoleh $9/12$. Prosedur yang ditulis siswa menunjukkan pemahaman yang tepat dalam menentukan pembilang baru melalui pembagian penyebut baru dengan penyebut lama, lalu mengalikannya dengan pembilang awal. Hal ini sesuai dengan langkah-langkah pembelajaran yang diperkirakan dalam HLT, yaitu siswa mampu menyamakan penyebut secara prosedural sebelum melakukan perbandingan.

Pada langkah akhir, siswa membandingkan pecahan $8/12$ dan $9/12$, dan menyimpulkan bahwa $9/12$ lebih besar daripada $8/12$, sehingga Bima yang minum $3/4$ gelas susu minum lebih banyak daripada Doni yang minum $2/3$ gelas susu. Kesimpulan siswa sesuai dengan perhitungan yang dilakukan sebelumnya dan menunjukkan bahwa siswa telah mencapai kemampuan yang diharapkan dalam dugaan HLT, yaitu mampu menentukan apakah $a/b < x/y$ atau $a/b > x/y$ setelah menyamakan penyebutnya. Dengan demikian, hasil pekerjaan siswa menunjukkan penguasaan baik dalam membandingkan pecahan berpenyebut berbeda melalui proses yang runtut, logis, dan sesuai konsep.

C. Mengurutkan pecahan berpenyebut sama

Pada aktivitas C1, guru mengenalkan cara mengurutkan pecahan yang memiliki penyebut sama, seperti k/b , l/b , dan m/b . Guru menjelaskan bahwa ketika penyebut pecahan sama, maka semua pecahan tersebut memiliki ukuran bagian yang sama besar. Pecahan dapat diurutkan dengan melihat angka pembilang. Guru menggambarkan diagram lingkaran atau persegi yang dibagi menjadi bagian yang sama dengan menunjukkan cara memberi kode warna berdasarkan pembilangnya. Penerapan ini membantu siswa memahami bahwa semakin besar pembilangnya, semakin banyak bagiannya, sehingga menghasilkan nilai pecahan yang lebih besar.

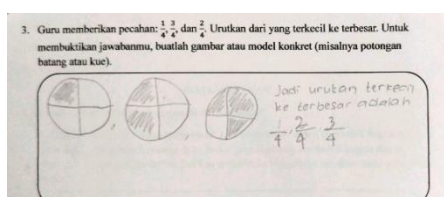
Siswa diberikan pembelajaran cara mengurutkan pecahan dari yang terkecil hingga terbesar, atau sebaliknya, termasuk menggunakan pembilangnya. Misalnya, pada pecahan $2/7$, $5/7$, dan $6/7$, siswa membandingkan 2, 5, dan 6 untuk menentukan urutannya. Bertambahnya jumlah bagian dalam pecahan, guru mengajarkan siswa untuk menggeneralisasi bahwa $2/7 < 5/7 < 6/7$. Penerapan ini membantu siswa memahami bahwa mereka tidak perlu membandingkan penyebut atau menggunakan metode yang rumit untuk membentuk pecahan dengan penyebut yang sama. Hal ini menjadi landasan penting sebelum siswa melanjutkan ke aktivitas berikutnya yang melibatkan pengurutan pecahan dengan penyebut berbeda.



Gambar 7. Siswa presentasi hasil mengurutkan pecahan dengan penyebut sama

Dalam aktivitas presentasi ini, siswa diminta menjelaskan bagaimana cara mengurutkan pecahan $1/6$, $5/6$, dan $3/6$ di depan kelas atau di papan tulis. Siswa memulai dengan menyampaikan bahwa seluruh pecahan memiliki penyebut yang sama, yaitu 6. Guru mengarahkan siswa untuk mengingat bahwa jika penyebutnya sama, maka ukuran setiap bagian juga sama besar. Karena itu, untuk mengurutkan pecahan cukup dengan membandingkan pembilangnya. Siswa kemudian menunjukkan jumlah pembilang pada masing-masing pecahan, yaitu 1, 3, dan 5, sambil menjelaskan bahwa pembilang menunjukkan jumlah bagian yang diambil dari keseluruhan.

Setelah meninjau pembilang masing-masing pecahan, siswa mengurutkannya dari yang terkecil ke terbesar. Mereka menjelaskan bahwa karena 1 adalah jumlah bagian paling sedikit, maka $1/6$ merupakan pecahan terkecil. Selanjutnya, $3/6$ lebih besar daripada $1/6$, namun masih lebih kecil daripada $5/6$, yang memiliki pembilang terbesar. Dengan demikian, siswa menyimpulkan bahwa urutan pecahan yang benar adalah $1/6 < 3/6 < 5/6$. Melalui presentasi ini, siswa tidak hanya menunjukkan pemahaman bahwa pengurutan pecahan berpenyebut sama bergantung pada pembilang, tetapi juga mampu menyampaikan alasan dan proses berpikirnya secara sistematis di depan kelas.



Gambar 8. Hasil pengerjaan siswa mengurutkan pecahan dengan penyebut sama

Pada lembar kerja, siswa diminta mengurutkan pecahan $1/4$, $2/4$, dan $3/4$ dari yang terkecil ke terbesar. Untuk membuktikan jawabannya, siswa menggambar tiga lingkaran yang masing-masing dibagi menjadi empat bagian sama besar (sesuai penyebutnya), kemudian mengarsir bagian sesuai pembilang. Gambar pertama menunjukkan 1 bagian yang diarsir ($1/4$), gambar kedua menunjukkan 2 bagian yang diarsir ($2/4$), dan gambar ketiga menampilkan 3 bagian yang diarsir ($3/4$). Ini menunjukkan bahwa siswa memahami bahwa setiap pecahan memiliki ukuran satuan yang sama karena semua dibagi menjadi empat bagian. Dengan demikian, siswa dapat melihat secara visual bahwa semakin banyak bagian yang diarsir, semakin besar nilai pecahannya.

Hasil tertulis siswa menunjukkan bahwa ia mengurutkan pecahan sebagai: $1/4 < 2/4 < 3/4$. Temuan ini sejalan dengan dugaan HLT, yaitu bahwa siswa akan dapat mengurutkan pecahan dengan penyebut sama (k/b , l/b , m/b) hanya dengan membandingkan pembilangnya. Pada fase ini siswa telah mampu menyimpulkan bahwa karena penyebutnya sama, pecahan yang memiliki pembilang paling kecil adalah pecahan terkecil, dan pecahan dengan pembilang paling besar adalah yang terbesar. Siswa menunjukkan pemahaman konsep ini baik melalui representasi gambar maupun penulisan jawabannya.

D. Mengurutkan pecahan yang berpenyebut berbeda

Pada Aktivitas D, guru memandu siswa untuk memahami cara mengurutkan beberapa pecahan yang memiliki penyebut berbeda, misalnya a/b , k/l , dan x/y . Pada awalnya, guru mengajak siswa mengamati bahwa pecahan-pecahan tersebut tidak bisa dibandingkan langsung hanya dari pembilangnya, karena ukuran "satu bagian" pada masing-masing pecahan berbeda. Untuk membantu siswa memahami hal ini, guru memberikan contoh visual seperti batang pecahan. Dengan contoh tersebut, siswa menyadari bahwa perbandingan akan lebih tepat jika pecahan-pecahan itu diubah menjadi pecahan dengan penyebut yang sama. Hal ini, siswa dapat memahami pecahan harus memiliki satuan yang sama sebelum dapat diurutkan.

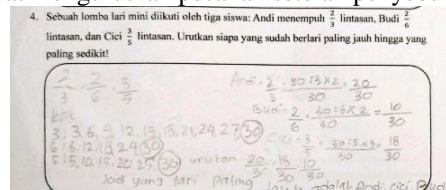
Guru menjelaskan metode yang lebih efektif dengan menyamakan penyebut pecahan dengan menggunakan kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari penyebut yang ada. Guru mengajarkan cara menemukan KPK dengan menghitung kelipatan dari setiap penyebut dan menggunakannya sebagai KPK. Setelah menemukan KPK, siswa diminta untuk mengubah pecahan menjadi pecahan setara dengan penyebut yang sama dan KPK tersebut. Dengan demikian, siswa dapat mengurutkan pecahan secara mudah karena semua pecahan sudah memiliki penyebut yang sama, sehingga hanya perlu membandingkan pembilangnya. Aktivitas ini membantu siswa memahami konsep secara konseptual sekaligus prosedural, serta mendukung dugaan HLT bahwa siswa akan mampu mengurutkan pecahan berpenyebut berbeda setelah penyebutnya disamakan.



Gambar 9. Siswa presentasi hasil mengurutkan pecahan dengan penyebut berbeda

Pada tahap presentasi, siswa menunjukkan langkah-langkah sistematis dalam mengurutkan pecahan $1/2$, $1/4$, dan $3/4$ yang memiliki penyebut berbeda. Siswa menjelaskan bahwa agar pecahan-pecahan tersebut dapat dibandingkan secara adil, penyebutnya harus disamakan terlebih dahulu. Untuk itu, siswa menuliskan kelipatan 2 dan 4, lalu mencari KPK dari 2 dan 4, yaitu 4 (karena 4 merupakan kelipatan terkecil yang muncul pada kedua daftar). Selanjutnya, siswa diminta mengubah setiap pecahan menjadi pecahan dengan nilai yang sama tetapi dengan penyebut 4. Pecahan $1/2$ diperoleh dengan membagi 4 dengan 2 untuk mendapatkan 2 dan kemudian mengalikan pembilang dengan 2 untuk mendapatkan $2/4$. Namun, pecahan $1/4$ dan $3/4$ sudah memiliki penyebut 4, sehingga tidak diperlukan konversi lebih lanjut.

Tiap siswa melanjutkan presentasi mereka dengan menunjukkan pecahan yang sama dengan $1/2 = 2/4$, $1/4 = 1/4$, dan $3/4 = 3/4$. Karena semua pecahan kini memiliki penyebut yang sama, siswa menjelaskan bahwa pengurutan bisa dilakukan dengan melihat nilai pembilangnya. Dari pembilang 1, 2, dan 3, siswa mengurutkan pecahan dari yang terkecil sampai terbesar yaitu $1/4$, $2/4$, dan $3/4$, atau jika dikembalikan ke bentuk aslinya menjadi $1/4$, $1/2$, dan $3/4$. Melalui proses presentasi ini, siswa menunjukkan bahwa dengan penyebut yang sama, perbandingan pecahan menjadi lebih mudah, serta membuktikan bahwa strategi mencari KPK dapat mempermudah pengurutan pecahan yang memiliki penyebut berbeda. Presentasi ini sekaligus membenarkan dugaan dalam HLT bahwa siswa dapat mengurutkan pecahan setelah penyebutnya disamakan.



Gambar 10. Hasil pengerjaan siswa mengurutkan pecahan dengan penyebut berbeda

Pada lembar jawaban, siswa menunjukkan proses yang sistematis sesuai prosedur penyamaan penyebut. Siswa terlebih dahulu menuliskan kelipatan dari masing-masing penyebut, yaitu 3, 6, dan 5, kemudian menentukan 30 sebagai KPK karena merupakan kelipatan terkecil yang sama dari ketiganya. Setelah menemukan KPK, siswa mengubah setiap pecahan menjadi pecahan senilai dengan penyebut 30 yaitu pecahan $2/3$ menjadi $20/30$, pecahan $2/6$ menjadi $10/30$, dan pecahan $3/5$ menjadi $18/30$. Langkah ini memperlihatkan bahwa siswa telah memahami konsep dasar penyamaan penyebut, yaitu mencari kelipatan terkecil yang sama untuk mempermudah proses perbandingan dan pengurutan pecahan.

Proses yang dilakukan siswa ini konsisten dengan dugaan HLT, yakni bahwa pada tahap ini siswa diperkirakan mampu mengurutkan pecahan berpenyebut berbeda dengan strategi penyamaan penyebut melalui pencarian KPK. Setelah pecahan diubah menjadi bentuk senilai, siswa dapat mengurutkannya berdasarkan pembilang, karena seluruh pecahan kini memiliki penyebut yang sama. Hasil akhirnya menunjukkan bahwa siswa dapat menyimpulkan urutan dari yang terbesar ke terkecil, yaitu $20/30$ (Andi), $18/30$ (Cici), dan $10/30$ (Budi). Dengan demikian, pekerjaan siswa ini mengonfirmasi bahwa kemampuan mengurutkan pecahan berpenyebut berbeda telah berkembang sesuai lintasan belajar yang direncanakan dalam HLT.

E. Mengurutkan pecahan dengan penyebut sama dan berbeda

Aktivitas E bertujuan untuk mengintegrasikan dua kemampuan penting yang telah dipelajari sebelumnya, yaitu mengurutkan pecahan berpenyebut sama dan mengurutkan pecahan berpenyebut berbeda. Pada subtugas E1, siswa diberikan berbagai pecahan, seperti a/b , k/l , x/y , dan c/b , yang terdiri dari bagian-bagian dengan penyebut yang sama dan berbeda. Guru meminta siswa untuk terlebih dahulu membedakan pecahan dengan penyebut yang sama, karena pecahan dalam kelompok ini dapat langsung dibandingkan berdasarkan pembilangnya. Teknik diferensiasi ini membantu siswa memahami bahwa tidak semua pecahan harus memiliki penyebut yang sama. Beberapa pecahan bisa dibandingkan langsung, sehingga mempercepat proses penyelesaian.

Setelah kelompok pecahan berpenyebut sama dibandingkan, siswa kemudian beralih pada pecahan yang penyebutnya berbeda. Untuk kelompok ini, siswa menerapkan strategi penyamaan penyebut melalui pencarian

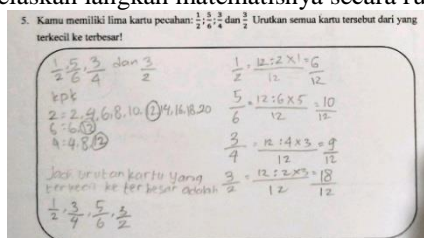
KPK, sebagaimana telah dilatihkan pada aktivitas sebelumnya. Seluruh pecahan kemudian diubah menjadi pecahan senilai dengan penyebut yang sama sehingga dapat diurutkan secara keseluruhan dari nilai terkecil hingga terbesar (atau sebaliknya). Melalui aktivitas ini, siswa diharapkan mampu mengombinasikan dua konsep yang telah dipelajari secara terpisah dan menerapkannya secara fleksibel dalam situasi yang lebih kompleks. Aktivitas ini juga mengonfirmasi perkembangan pemahaman siswa sesuai dugaan HLT, yaitu kemampuan memilih strategi yang tepat berdasarkan karakteristik pecahan yang dihadapi.



Gambar 11. Siswa presentasi hasil mengurutkan pecahan dengan penyebut sama dan berbeda

Pada aktivitas presentasi ini, siswa diminta mengurutkan pecahan campuran yang terdiri dari penyebut sama dan berbeda, yaitu $1/2$, $1/4$, $3/4$, dan $3/2$. Siswa terlebih dahulu mengidentifikasi bahwa beberapa pecahan memiliki penyebut sama, yaitu $1/4$ dan $3/4$, sehingga dapat langsung dibandingkan berdasarkan pembilangnya. Pada tahap ini, siswa menjelaskan bahwa $1/4 < 3/4$ karena pembilang 1 lebih kecil daripada 3. Pecahan seperti $1/2$ dan $3/2$ memiliki penyebut yang berbeda sehingga tidak dapat dibandingkan langsung tanpa menemukan penyebut yang sama.

Dalam tahap ini, siswa diminta menunjukkan pemahaman mereka tentang cara membedakan pecahan berdasarkan penyebutnya dan menerapkan metode perbandingan yang tepat. Setelahnya, siswa menunjukkan cara menggunakan kelipatan persekutuan terkecil (KPK) untuk menemukan penyebut yang sama dan mengurutkan semua pecahan secara keseluruhan. Siswa mencari KPK dari penyebut 2 dan 4 dengan menuliskan kelipatannya hingga menemukan $KPK = 4$. Setelah itu siswa mengubah setiap pecahan menjadi pecahan senilai berpenyebut 4 yaitu pecahan $1/2$ diubah menjadi $2/4$ (karena $4 \div 2 = 2$, lalu pembilang $1 \times 2 = 2$), pecahan $1/4$ tetap $1/4$, pecahan $3/4$ tetap $3/4$, dan pecahan $3/2$ diubah menjadi $6/4$ (karena $4 \div 2 = 2$, lalu pembilang $3 \times 2 = 6$). Dengan semua pecahan telah memiliki penyebut yang sama, siswa mampu mengurutkannya berdasarkan pembilang yaitu $1/4 < 2/4 < 3/4 < 6/4$. Melalui presentasi ini tampak bahwa siswa telah menguasai konsep pengurutan pecahan penyebut sama dan berbeda, serta mampu menjelaskan langkah matematisnya secara runtut sesuai dugaan HLT.



Gambar 12. Hasil pengerjaan siswa mengurutkan pecahan dengan penyebut sama dan penyebut berbeda

Pada aktivitas ini, siswa diminta mengurutkan lima pecahan dengan penyebut sama dan berbeda, yaitu $1/2$, $5/6$, $3/4$, dan $3/2$. Sesuai dugaan HLT, siswa diperkirakan dapat menyamakan penyebut terlebih dahulu sebelum menentukan urutan dari pecahan-pecahan tersebut. Hasil pekerjaan siswa menunjukkan bahwa mereka memahami langkah awal dengan benar, yaitu mencari KPK dari penyebut 2, 6, 4, dan 2. Siswa mengetahui bahwa empat penyebutnya adalah 12 sehingga untuk membandingkannya, mereka perlu merubah semua pecahan menjadi pecahan dengan penyebut 12.

Tahapan selanjutnya adalah mengubah pecahan menjadi pecahan dengan penyebut 12. Pecahan $1/2$ menjadi $6/12$, $5/6$ menjadi $10/12$, $3/4$ menjadi $9/12$, dan $3/2$ menjadi $18/12$. Alur ini menunjukkan bahwa siswa melakukannya dengan benar dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan angka tertentu untuk mendapatkan penyebut 12 yang selaras dengan prediksi HLT bahwa siswa harus memahami cara menyamakan penyebut dan menggunakan pembilang untuk membandingkan pecahan. Setelah semua pecahan memiliki penyebut yang sama, siswa mengurutkan pecahan dari pembilang terkecil hingga terbesar. Urutan pecahan yang dibuat oleh siswa adalah $1/2$ ($6/12$), $3/4$ ($9/12$), $5/6$ ($10/12$), dan $3/2$ ($18/12$) yang menunjukkan bahwa siswa memahami prinsip dasar nilai suatu pecahan bervariasi tergantung pada besarnya pembilang, selama penyebutnya tetap sama. Dengan demikian, hasil kerja siswa sesuai dengan dugaan HLT, yaitu siswa mampu mengurutkan pecahan berpenyebut sama dan berbeda setelah melalui proses penyamaan penyebut secara tepat.

Tabel 2. Prestasi siswa

Jumlah siswa	
Lulus (memuaskan) 18	Gagal (tidak memuaskan) 1

Berdasarkan tabel 2 yang menunjukkan bahwa dari 19 siswa, sebanyak 18 siswa memperoleh hasil belajar yang memuaskan karena nilai mereka berada di atas rata-rata, sedangkan hanya satu siswa yang memperoleh hasil kurang memuaskan. Dominasi siswa dengan nilai memuaskan ini mengindikasikan bahwa tahapan aktivitas dalam HLT mulai dari representasi konkret, penyamaan penyebut, hingga pengurutan pecahan mampu membantu sebagian besar siswa memahami konsep secara bertahap dan sistematis. Sehingga, HLT dapat dikatakan efektif dalam meningkatkan hasil belajar siswa pada materi mengurutkan pecahan di UPT SD Negeri 185 Gresik.

Berdasarkan hasil penelitian [23], HLT berfungsi sebagai panduan bagi guru untuk memprediksi perkembangan pemahaman siswa selama mengikuti aktivitas pembelajaran serta menganalisis respon siswa saat implementasi di kelas. Dalam konteks pembelajaran pecahan, HLT juga digunakan untuk merumuskan lintasan belajar yang memprediksi perkembangan pemahaman siswa sekaligus mengantisipasi hambatan belajar, sehingga proses pembelajaran pecahan dapat berlangsung lebih terarah, sistematis, dan efektif [24].

Diskusi

Berdasarkan hasil implementasi lintasan pembelajaran hipotetis (HLT), ditemukan bahwa rangkaian aktivitas A–E yang dirancang mampu mengarahkan perkembangan pemahaman siswa secara bertahap sesuai dengan dugaan lintasan berpikir mereka. Aktivitas-aktivitas tersebut dimulai dari pengenalan konsep dasar pecahan hingga mencapai kemampuan mengurutkan pecahan dengan penyebut sama dan berbeda. Pola perkembangan ini sejalan dengan [25] yang menegaskan bahwa HLT harus memuat prediksi terkait strategi berpikir siswa serta menyediakan aktivitas-aktivitas yang relevan untuk mendukung transisi konseptual tersebut. Penelitian HLT dinyatakan berhasil dengan menciptakan proses pembelajaran yang lebih terstruktur dan dapat berkelanjutan.

Para siswa mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam dengan terlibat dalam berbagai aktivitas dunia nyata, seperti model permukaan. Aktivitas awal, seperti menggambar pecahan dengan gambar kue dan pizza, membantu mereka memahami konsep bagian-bagian yang membentuk keseluruhan. Penerapan ini memberikan dasar penting untuk pemahaman sebelum mereka beralih ke aktivitas yang lebih abstrak seperti pecahan setara, mengurutkan pecahan, dan membandingkan pecahan. Hasil ini mendukung temuan [5] yang menekankan bahwa representasi konkret dan semi konkret adalah langkah awal yang efektif dalam membangun pemahaman pecahan secara bermakna.

Saat tingkat kesulitan pekerjaan semakin tinggi, kemampuan siswa dalam membandingkan dan mengurutkan pecahan meningkat secara nyata. Saat mereka mulai mengikuti kegiatan yang berkaitan dengan penyamaan penyebut menggunakan KPK, mereka menunjukkan kemampuan untuk menghubungkan proses matematika yang lebih rumit dengan konsep-konsep konkret yang telah mereka pelajari sebelumnya. Siswa mampu mengubah pecahan menjadi pecahan senilai dengan penyebut yang sama, lalu membandingkan dan mengurutkannya berdasarkan pembilang. Proses ini tidak hanya menunjukkan peningkatan pemahaman prosedural, tetapi juga menegaskan bahwa strategi penyamaan penyebut merupakan dasar menuju pemahaman formal mengenai pecahan.

Pada kegiatan berikutnya, yaitu pengurutan pecahan dengan penyebut berbeda, siswa menunjukkan kemampuan untuk menerapkan strategi penyamaan penyebut secara mandiri. Hal ini menandakan bahwa siswa telah memahami hubungan numerik antara penyebut dan pembilang secara lebih mendalam. Kemampuan ini sesuai dengan dugaan dalam HLT bahwa siswa pada tahap tertentu akan mampu memilih strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah sesuai karakteristik pecahan yang diberikan. Temuan ini sejalan dengan penelitian [16] dan [20], yang menyatakan bahwa HLT efektif dalam meningkatkan kemampuan siswa dalam menerapkan strategi matematika secara mandiri dan fleksibel.

Kegiatan E yang meminta siswa mengurutkan pecahan dengan penyebut yang sama dan berbeda dalam satu rangkaian menunjukkan bahwa siswa sudah mampu berpikir lebih fleksibel. Pada tahap ini, siswa bisa membedakan antara situasi yang membutuhkan perbandingan langsung ketika penyebutnya sama dan situasi yang harus menyamakan penyebut terlebih dahulu ketika penyebutnya berbeda. Kemampuan memilih strategi yang tepat ini menunjukkan bahwa metode pembelajaran yang digunakan berhasil mengembangkan pemahaman konseptual dan prosedural siswa secara seimbang. Dengan demikian, aktivitas E menjadi penguat bahwa seluruh tahapan HLT berjalan sesuai prediksi.

Berdasarkan kajian *State of The Art* (SoTA), hasil penelitian ini mendukung temuan sebelumnya yang menegaskan bahwa HLT merupakan pendekatan yang efektif untuk mengidentifikasi dan meminimalkan hambatan belajar siswa. Penelitian [17] menekankan bahwa HLT mampu mengantisipasi hambatan epistemologis, didaktis, dan ontogenik melalui penyusunan aktivitas yang terstruktur. Temuan penelitian ini menunjukkan bahwa ketika HLT diterapkan dengan cara yang terencana, hambatan yang ada bisa dikurangi, sehingga siswa lebih mudah dan lebih bermakna mengikuti jalannya pembelajaran.

Secara keseluruhan, penelitian ini mendukung hasil yang sudah ada sebelumnya mengenai efektivitas HLT, serta menambahkan bukti baru berupa hasil penelitian yang lebih spesifik terkait pengembangan HLT untuk materi mengurutkan pecahan di kelas IV sekolah dasar. Desain HLT yang dikembangkan dalam penelitian ini dapat menjadi acuan bagi guru dalam merancang pembelajaran pecahan yang komprehensif dan berorientasi pada perkembangan kemampuan kognitif siswa. Dengan demikian, hasil penelitian ini memperkuat kedudukan HLT sebagai pendekatan yang relevan dan efektif dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

IV. SIMPULAN

Berdasarkan hasil implementasi *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dalam pembelajaran mengurutkan pecahan di kelas IV UPT SD Negeri 185 Gresik, diperoleh temuan bahwa HLT memberikan pengaruh positif terhadap peningkatan pemahaman siswa. Rangkaian kegiatan A sampai E yang dilakukan secara bertahap berhasil membantu siswa dalam memahami konsep dengan lebih baik, mulai dari pemahaman yang bersifat intuitif hingga pemahaman konseptual dan prosedural. Siswa menunjukkan peningkatan nyata dalam memahami konsep pembilang dan penyebut, pecahan senilai, membandingkan pecahan, hingga mengurutkan pecahan baik yang penyebutnya sama maupun berbeda. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa desain HLT sesuai dengan cara berpikir nyata siswa di dalam kelas, sehingga dikatakan efektif sebagai pendekatan pembelajaran yang terstruktur dan terarah. Sebagian besar siswa mampu mengurutkan pecahan dengan benar setelah menyederhanakan dan menyamakan pecahan dilihat dari hasil tugas individu mereka. Kemampuan mereka dalam menerapkan mengkonversi pecahan setara, metode kelipatan persekutuan terbesar, dan memilih metode yang tepat menunjukkan pemahaman yang terus berkembang. Sehingga disimpulkan bahwa pengenalan HLT tidak hanya meningkatkan pemahaman konseptual siswa tetapi juga memperkuat kemampuan mereka untuk menyelesaikan masalah matematika secara lebih mandiri, fleksibel, dan akurat. Temuan ini menegaskan bahwa HLT merupakan solusi pembelajaran yang relevan dan efektif dalam pembelajaran pecahan di sekolah dasar.

Implikasi

Implikasi hasil penelitian dalam pembelajaran materi pecahan di kelas IV SD adalah membantu guru merancang pembelajaran yang lebih sistematis, berjenjang, dan selaras dengan perkembangan kognitif siswa dengan menggunakan metode HLT. Dengan pendekatan berurutan mulai dari aktivitas konkret, penyamaan penyebut, diskusi kelompok, hingga presentasi, siswa menjadi lebih aktif dan mampu memahami hubungan antarpecahan secara lebih jelas. Pembelajaran HLT tidak hanya mendorong pemahaman konseptual yang lebih dalam tetapi juga pendekatan yang benar untuk menyelesaikan masalah pecahan. Oleh karena itu, HLT sangat cocok untuk meningkatkan pengajaran matematika sekolah dasar dan dapat berfungsi sebagai dasar untuk model pembelajaran praktik yang secara aktif melibatkan siswa.

Studi ini juga memiliki implikasi penting untuk pengembangan kurikulum pecahan sekolah dasar. Temuan menunjukkan bahwa HLT mendorong pemahaman langkah demi langkah tentang topik tersebut. Dengan demikian, kurikulum perlu mengikuti pendekatan secara bertahap yang dapat dimulai dari representasi konkret, semi-konkret, dan simbolik. Aktivitas HLT seperti perhitungan kelipatan persekutuan terkecil (KPK), pemodelan visual, dan pemecahan masalah matematika dapat diterapkan bagian dari kompetensi yang akan diperoleh. Kurikulum juga perlu menimbang refleksi, proses diagnostik, dan penyelidikan strategis untuk memastikan pecahan tidak terbatas dari prosedur perhitungan tetapi mendorong pemahaman konseptual yang lebih dalam. Dengan demikian, penelitian ini memperkuat urgensi pengembangan kurikulum yang adaptif, kontekstual, dan berorientasi pada proses berpikir matematis siswa.

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada kedua orang tua tercinta yang telah memberikan dukungan penuh, baik secara moral, material, serta doa selama masa perkuliahan. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada dosen pembimbing atas bimbingan, arahan, dan masukan yang diberikan, kepada kepala sekolah dan seluruh pihak di UPT SDN 185 Gresik yang telah memberikan izin serta dukungan selama proses penelitian berlangsung, serta kepada teman-teman yang telah memberikan dukungan dan motivasi dalam penyusunan skripsi ini.

REFERENSI

- [1] N. A. Rahma, S. A. Aunilla, and Kowiyah, "Analisis Kesulitan Siswa Kelas 4 Dalam Memahami Konsep Pecahan Dan Implikasinya Terhadap Pembelajaran Matematika," *Adiba: Journal of Education*, 2025.

- [2] A. Maghfiroh, R. Rizky, and E. Zuliana, "Implementasi Pmri Berbantuan Media Puzzle Pizza Dalam Pembelajaran Pecahan Di Sd 2 Megawon," *Jurnal Penelitian Pembelajaran Matematika Sekolah (JP2MS)*, vol. 8, no. 3, pp. 302–309, Dec. 2024, doi: 10.33369/jp2ms.8.3.302-309.
- [3] D. P. K. Rohmah, Vika Ivania, and Eka Zuliana, "Pembelajaran Pecahan Melalui Pendekatan PMRI Berbantuan Media Bambu," *Cartesian: Jurnal Pendidikan Matematika*, vol. 3, no. 02, pp. 35–43, Apr. 2024, doi: 10.33752/cartesian.v3i02.5707.
- [4] B. Ritawati, S. Liliana, and N. Tupulu, *Materi Pecahan*. Jakarta: Penerbit NEM, 2024.
- [5] R. Febriani and E. Susanti, "Learning trajectory in the material of comparing and ordering fractions using paper folding for elementary school students," 2023. [Online]. Available: <http://ejournal.radenintan.ac.id/index.php/al-jabar/index>
- [6] N. A. Rahma, S. A. Aunilla, and K. Kowiyah, "Analisis Kesulitan Siswa Kelas 4 dalam Memahami Konsep Pecahan dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika," *Jurnal Arjuna : Publikasi Ilmu Pendidikan, Bahasa dan Matematika*, vol. 2, no. 6, pp. 331–340, Nov. 2024, doi: 10.61132/arjuna.v2i6.1356.
- [7] F. Amanda, S. Nisa, and A. Suriani, "Analisis Kesulitan Dalam Pembelajaran Matematika Pada Siswa Sekolah Dasar Ditinjau Dari Berbagai Faktor," *Dewantara : Jurnal Pendidikan Sosial Humaniora*, vol. 3, no. 2, pp. 282–293, May 2024, doi: 10.30640/dewantara.v3i2.2652.
- [8] A. Dahlia, O. Haki Pranata, and Y. Suryana, "Pengaruh Interactive Learning terhadap Minat Belajar Siswa pada Penjumlahan Operasi Hitung Bilangan Bulat," 2020. [Online]. Available: <http://ejournal.upi.edu/index.php/pedadidaktika/index>
- [9] N. Sari, A. Amir, P. Edukasi, and L. Numerasi, "Pengabdian Masyarakat dalam Pemanfaatan Game Edukasi Interaktif untuk Meningkatkan Pemahaman Numerasi Siswa di SD Inpres Morowa Kata kunci," 2025. [Online]. Available: www.kahoot.com.
- [10] S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education*. Switerland: Springer Cham, 2020.
- [11] F. I. S. Sinaga, "Hypothetical Learning Trajectory Based On Ethnomathematics," *NUSRA: Jurnal Penelitian dan Ilmu Pendidikan*, vol. 5, no. 1, pp. 333–341, Feb. 2024, doi: 10.55681/nusra.v5i1.2230.
- [12] A. Pramesti, F. Nabilla, M. Putri, A. B. Prastiwi, and M. Zamzuri, "Penerapan Problem Baseed Learning dengan Media Papan Pecahan dalam Meningkatkan Hasil Pembelajaran Matematika Kelas IV SD," 2019.
- [13] M. Albert, J. Liando, J. Pendidikan Guru, S. Dasar, and I. Pendidikan, "Peningkatan Hasil Belajar Matematika Pada Materi Pecahan Dengan Menggunakan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik (Pmr) Pada Siswa Kelas Iv Sd Gmim Malola," 2022.
- [14] L. A. Riswari, S. Munnah, and S. A. P. Nuha, "Analisis Kreativitas Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematis Pada Materi Pecahan di Kelas IV SD Negeri Kadilangu 1," *Jurnal Lensa Pendas*, vol. 8, no. 2, pp. 161–170, Sep. 2023, doi: 10.33222/jlp.v8i2.3117.
- [15] V. B. Kusuma, C. K. Galatea, and Fatqurhohman, "Analisis Kesalahan Siswa Sd Dalam Memecahkan Masalah Pecahan," 2022.
- [16] C. N. Lantakay, P. Pasu Senid, I. K. S Blegur, and D. D. Samo, "Griya Journal of Mathematics Education and Application Hypothetical Learning Trajectory: Bagaimana Perannya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar?," *Journal of Mathematics Education and Application*, vol. 3, no. 2, 2023, [Online]. Available: <https://mathjournal.unram.ac.id/index.php/Griya/indexGriya>
- [17] M. H. Hajriyanto, M. N. Prabawati, and N. Ratnaningsih, "Hypothetical Learning Trajectory (HLT) terhadap Kemampuan Literasi Numerasi pada Materi Lingkaran," *PTK: Jurnal Tindakan Kelas*, vol. 4, no. 2, pp. 461–474, May 2024, doi: 10.53624/ptk.v4i2.400.
- [18] M. R. Mahmud, T. Turmudi, and W. Sopandi, "Preliminary Design of Learning the Lowest Common Multiple (LCM) and Greatest Common Factor (GCF) Using the RADEC Learning Model," *Mimbar Sekolah Dasar*, vol. 11, no. 2, pp. 441–454, Jun. 2024, doi: 10.53400/mimbar-sd.v11i2.71837.
- [19] R. Febriani and E. Susanti, "Learning trajectory in the material of comparing and ordering fractions using paper folding for elementary school students," 2023. [Online]. Available: <http://ejournal.radenintan.ac.id/index.php/al-jabar/index>
- [20] L. Nurafifah, M. Taufan, and Sudirman, "Learning trajectory: Bagaimanakah Mengajarkan Pecahan Menggunakan Konteks Makanan Tradisional?," *Gema Wiralodra*, vol. 12, no. 2, 2021.
- [21] M. R. Fadli, "Memahami desain metode penelitian kualitatif," *Jurnal Humanika*, vol. 21, no. 1, pp. 33–54, 2021, doi: 10.21831/hum.v21i1.
- [22] M. Doorman, A. Bakker, P. Drijvers, and A. Wijaya, "Design-Based Research In Mathematics Education 1," 2016.
- [23] V. V. Abrika and N. Mariana, "Hyphothetical Learning Trajectory (HLT) Materi Pecahan dengan Pendekatan Rme Berbasis Etnomatematika dengan Konteks Makanan Kripik Apel," *Jurnal Pendidikan Dasar*, vol. VI, no. 1, 2023.
- [24] I. F. N. D. Primasari, Z. Zulela, and F. Fahrurrozi, "Model Mathematics Realistic Education (Rme) Pada Materi Pecahan Di Sekolah Dasar," *Jurnal Basicedu*, vol. 5, no. 4, pp. 1888–1899, Jun. 2021, doi: 10.31004/basicedu.v5i4.1115.

- [25] S. Hanipah, U. Sindang, and K. Majalengka, "Learning Trajectory Peserta Didik Pada Materi Kubus Ditinjau Dari Kemampuan Matematis Dan Gaya Belajar," *Jurnal Jendela Pendidikan*, vol. 5, 2025.

Conflict of Interest Statement:

The author declares that the research was conducted in the absence of any commercial or financial relationships that could be construed as a potential conflict of interest.